

# 多点激励下大跨隔震结构分析模型

国 巍<sup>1</sup> 余志武<sup>1</sup> 国 振<sup>2</sup>

(1 中南大学 a 土木工程学院; b 高速铁路建造技术国家工程实验室,  
湖南 长沙 410075; 2 浙江大学建筑工程学院, 浙江 杭州 310027)

**摘要** 基于多点地震激励下大跨隔震结构分析模型存在一定适用范围这一事实,通过理论研究和数值分析对此进行讨论,以指导其合理应用.首先探讨了加速度模型和位移模型中不可忽视的阻尼问题,并针对大跨隔震结构的结构形式和动力特征,通过严格的理论推导阐述了加速度模型和位移模型各自存在的误差和适用性;进一步指出位移模型在隔震结构中盲目应用会导致错误结果,需要加以修正;最后通过简单数值算例对2种模型以及修正模型的计算精度进行了分析.理论研究和数值分析验证了多点地震分析模型在大跨隔震结构应用中存在的问题.

**关键词** 大跨结构; 隔震; 多点地震激励; 加速度模型; 位移模型

中图分类号 TU311.3 文献标志码 A 文章编号 1671-4512(2012)09-0101-05

## Analysis model for long-span isolated structure subjected to multi-support earthquake excitations

Guo Wei<sup>1</sup> Yu Zhiwu<sup>1</sup> Guo Zhen<sup>2</sup>

(1a School of Civil Engineering; b National Engineering Laboratory for High Speed Railway Construction, Central South University, Changsha 410075, China; 2 Department of Civil Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract** Analysis models of long-span isolated model under multi-support earthquake excitations have limited application range, thus theoretical and numerical research were carried out to guide the reasonable application of analysis models. The nonnegligible damping characteristics in the displacement model and acceleration model were firstly studied, and by considering its special structural type and dynamic properties of long-span isolated structure, a rigorous theory derivation were carried out to explain the availability and probable existing problems in the two models. It is pointed out that the displacement model would produce huge error in the earthquake analysis of long-span isolated structures and it should be revised for more accurate results. Finally, numerical work was carried out for verifying the proposed theoretic analysis results about displacement model and acceleration model.

**Key words** long-span structures; isolation; multi-support earthquake excitations; acceleration model; displacement model

近年来,我国经济飞速前进,推动了土木建筑行业的蓬勃发展,大量结构形式复杂的大型标志性建筑物纷纷出现,如国家体育馆、上海世博会主题馆、武广高铁客站等,这些建筑物均以大跨度为显著特征,其抗震设防具有重大意义.大跨建筑结

构的抗震分析和设计均须考虑地震的多点输入特性,即建筑物不同支撑处承受不同的地震激励作用.目前大跨结构在多点地震激励的响应分析已成为抗震界研究热点之一,一般采用加速度模型和位移模型2种输入模型.文献[1]经过严格的理

收稿日期 2011-11-24.

作者简介 国 巍(1982-),男,博士,E-mail: wei.guo.86@gmail.com.

基金项目 国家自然科学基金资助项目(50938008, 51108466);中国博士后科学基金资助项目(20110491277);中南大学博士后基金资助项目.

论推导提出加速度模型,其类似于一致地震激励动力学模型,并以建筑结构相对于地面的位移为参数.因其采用了叠加原理,仅适用于线性分析,并不适用于非线性情况.位移模型以位移为参数来建立数值分析模型,该模型应用范围更为广泛,不仅适用于线性分析,也适用于非线性分析.以此模型为基础,前人开展了大量的时程分析研究工作<sup>[2-5]</sup>,同时有学者提出并发展了用于大跨结构分析的多点反应谱方法<sup>[6-11]</sup>.然而,位移输入模型同样有其理论上的缺陷,文献<sup>[12-13]</sup>已针对此问题进行了研究,并通过引入无质量刚度元(MRE)从 SAP2000 程序中解决了此问题,研究中针对的是常规的具备比例阻尼的建筑结构,并无附加阻尼装置或进行减震设计,即没有考虑非比例阻尼特性.除了上述加速度和位移模型的直接输入计算方法之外,大质量法和刚度法也常在工程问题中采用<sup>[14-15]</sup>,以解决多点地震响应计算问题.

这里将对大跨隔震结构的分析模型进行系统地深入研究,同时鉴于大跨隔震结构具备非比例阻尼特性,通过严格的理论推导,指出了位移模型可能会带来严重的误差甚至导致错误的结果,须要加以修正,最后通过数值算例对理论推导结果进行验证分析.

### 1 多点地震激励下的 2 种输入模型

地震中地面会带着其上建筑物一起运动,此时将此体系的自由度分为建筑物未约束自由度和与基础相连的支座约束自由度,以绝对位移为参数建立整体结构体系的动力学平衡方程,即<sup>[16]</sup>

$$\begin{bmatrix} M_s & M_{sb} \\ M_{bs} & M_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{U}_s \\ \ddot{U}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_s & C_{sb} \\ C_{bs} & C_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_s \\ \dot{U}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & K_{sb} \\ K_{bs} & K_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_s \\ U_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ R_b \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中: $M_s, C_s$  和  $K_s$  分别为建筑物质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $M_b, C_b$  和  $K_b$  分别为与基础相连接的支座约束自由度质量、阻尼和刚度矩阵; $M_{bs} = M_{sb}^T, C_{bs} = C_{sb}^T$  和  $K_{bs} = K_{sb}^T$  分别为建筑物自由度与支座自由度的耦合质量、阻尼和刚度矩阵; $R_b$  为基础对支座的反力向量; $U_s, \dot{U}_s$  和  $\ddot{U}_s$  分别为建筑物上部结构的绝对位移、速度和加速度向量; $U_b, \dot{U}_b$  和  $\ddot{U}_b$  分别为支座处的绝对位移、速度和加速度向量,因为支座会同地面基础一起运动,所以这些量等价于各支座处的地面运动.通过式(1)可得到建筑物上部结构的动力学方程,即

$$M_s \ddot{U}_s + C_s \dot{U}_s + K_s U_s =$$

$$-M_{sb} \ddot{U}_b - C_{sb} \dot{U}_b - K_{sb} U_b,$$

若采用集中质量模型,则  $M_{sb} = 0$ , 上式可变为

$$M_s \ddot{U}_s + C_s \dot{U}_s + K_s U_s = -C_{sb} \dot{U}_b - K_{sb} U_b. \quad (2)$$

在传统处理中,式(2)中阻尼力  $-C_{sb} \dot{U}_b$  常被忽略,从而有

$$M_s \ddot{U}_s + C_s \dot{U}_s + K_s U_s = -K_{sb} U_b, \quad (3)$$

式中: $U_b$  为地面运动的绝对位移; $-K_{sb} U_b$  为地震作用下通过支座作用于建筑物的力向量,常作用于建筑结构与支座的连接单元上.式(3)即为位移模型,其求解须要输入地面运动的绝对位移,该模型常被视为一致地震激励和非一致多点地震激励的统一模型,同时由于无假设条件,因此适用于线性分析,同样也适用于非线性分析.然而此模型存在一定理论缺陷<sup>[12-13]</sup>.

基于式(2)可以推导加速度模型,将结构的绝对响应分解为 2 部分,即

$$U_s = U_s^p + U_s^d, \quad (4)$$

式中: $U_s^p$  为拟静力位移; $U_s^d$  为动力位移.通过消去方程(3)中的惯性力和阻尼力等动力项可得到  $U_s^p$  的表达式,即

$$K_s U_s^p = -K_{sb} U_b \Rightarrow U_s^p = -K_s^{-1} K_{sb} U_b = \Gamma_{sb} U_b, \quad (5)$$

式中  $\Gamma_{sb} = -K_s^{-1} K_{sb}$ . 将式(4)和式(5)带入式(2),通过整理可得

$$M_s \ddot{U}_s^d + C_s \dot{U}_s^d + K_s U_s^d = -M_s \Gamma_{sb} \ddot{U}_b - (C_{sb} + C_s \Gamma_{sb}) \dot{U}_b - (K_{sb} + K_s \Gamma_{sb}) U_b, \quad (6)$$

因  $K_{sb} + K_s \Gamma_{sb} = K_{sb} - K_s K_s^{-1} K_{sb} = 0$ , 故上式等号右侧第 3 项可消去,同时由于阻尼项  $-(C_{sb} + C_s \Gamma_{sb}) \dot{U}_b$  常常无法定义,且在普通建筑结构中较小,因此将其忽略,从而得到

$$M_s \ddot{U}_s^d + C_s \dot{U}_s^d + K_s U_s^d = -M_s \Gamma_{sb} \ddot{U}_b. \quad (7)$$

通过式(7)可求解动力响应项  $U_s^d$ , 同时根据式(5)和式(4)可得到结果响应的绝对位移  $U_s = U_s^d + \Gamma_{sb} U_b$ . 式(7)被称为大跨结构分析的加速度模型,此模型因利用了叠加原理,仅适用于线性分析,故不适用于非线性分析.同时,当地面为一致地震激励时,可定义  $\Gamma_{sb} = I$  ( $I$  为单位矩阵),从而得到一致地震激励下相对响应计算表达式: $M_s \ddot{U}_s^d + C_s \dot{U}_s^d + K_s U_s^d = -M_s \ddot{U}_b$ .

### 2 模型中的阻尼问题

如前所述,加速度和位移模型中阻尼的定义不够明确,阻尼项的取舍也有待商榷.鉴于此,在以上 2 种分析模型的应用中须要明确以下几个问题. a. 2 种分析模型的阻尼特性并不相同.若定义

瑞利阻尼, 则位移模型中阻尼力为  $C_s \dot{U}_s$ , 相对位移模型中阻尼力为  $C_s \dot{U}_s^d$ , 若瑞利阻尼中存在质量项, 则相对于加速度模型, 位移模型阻尼力多了  $C_s (\dot{U}_s - \dot{U}_s^d)$  一项; 当瑞利阻尼仅存在刚度项时, 二者动力方程中阻尼特性相同. b. 因阻尼项的处理不同, 故 2 种分析模型都为近似计算模型, 并存在不同的近似程度. 如式(2)通过忽略  $-C_{sb} \dot{U}_b$  得到式(3), 即位移模型; 式(6)通过忽略  $-(C_{sb} + C_s \Gamma_{sb}) \dot{U}_b$  得到式(7), 即加速度模型. 二者处理阻尼项的方式不同, 导致二者计算结果有所不同. 对于比例阻尼的常规结构而言, 阻尼项  $-C_{sb} \dot{U}_b$  相对于  $-K_{sb} U_b$ , 以及  $-(C_{sb} + C_s \Gamma_{sb}) \dot{U}_b$  相对于  $-M_s \Gamma_{sb} \ddot{U}_b$  往往为极小量; 阻尼参数  $C_{sb}$  和  $C_s$  常无法定义, 基于以上 2 点, 2 种分析模型的处理方法比较合理, 且已经通过大量的实际工程验证, 二者均可得到足够精确的结果. c. 当建筑结构存在非经典阻尼特征时, 特别是与支座连接构件处阻尼分布不均匀, 如隔震设计以及安装各种阻尼器支撑, 用式(3)和式(7)可能会导致错误的结果, 由于此时交叉阻尼项  $C_{sb}$  和  $C_s$  可精确定义, 为得到合理且准确的结果, 可计入阻尼项, 而采用式(2)或式(6)进行求解, 可得到合理且准确的结果, 其中: 式(2)为修正位移模型; 式(6)为修正加速度模型.

### 3 大跨隔震结构的计算误差

大跨隔震结构包括隔震层与上部结构 2 部分. 基于此对大跨隔震结构进行建模. 隔震层的质量、阻尼、刚度矩阵分别定义为  $M_I, C_I$  和  $K_I$ , 隔震层以上其他部分的质量和刚度矩阵为  $M_U$  和  $K_U$ , 阻尼矩阵可以通过阻尼系数来构建, 其过程类似于刚度矩阵, 而在土建中通常采用简单的瑞利阻尼模型, 通过定义不同振型的阻尼比构造阻尼矩阵, 即  $C_U = \alpha M_U + \beta K_U$ , 其中质量阻尼系数  $\alpha$  和刚度阻尼系数  $\beta$  可通过指定 2 阶频率对应的阻尼比得到, 即  $[\alpha, \beta]^T = [2/(\omega_i^2 + \omega_j^2)] [\omega_i \omega_j (\omega_i \xi_j - \omega_j \xi_i), \omega_i \xi_i - \omega_j \xi_j]^T$ , 式中:  $\omega_i$  和  $\omega_j$  分别为对应第  $i$  和第  $j$  阶振型的圆频率;  $\xi_i$  和  $\xi_j$  为相应的振型阻尼比. 进而建筑物的质量、阻尼和刚度矩阵分别为  $M_s = [M_s, 0; 0, M_U]$ ,  $C_s = [C_s, C_{SU}; C_{SU}^T, C_U^S + C_U]$  和  $K_s = [K_s, K_{SU}; K_{SU}^T, K_U^S + K_U]$ , 其中:  $C_{SU}$  和  $K_{SU}$  为隔震层与其上结构的耦合项;  $C_U^S$  和  $K_U^S$  体现了上部结构对隔震层的作用. 类似地, 包括支座约束自由度的大跨隔震结构的质量、阻尼和刚度矩阵分别为  $M_b = [M_b, 0; 0, M_b]$ ,  $C_b = [C_b, C_{sb}; C_{sb}^T, C_b]$  和  $K_b = [K_b, K_{sb}; K_{sb}^T, K_b]$ .

对于传统结构而言,  $C_{sb}$  常无法定义, 但对于隔震结构而言, 其体现为隔震层的具体阻尼参数. 隔震层刚度相对较小, 而阻尼相对较大, 同时地震运动的速度从量值上来说一般大于位移, 因此在式(2)中, 相对于  $-K_{sb} U_b$  来说, 阻尼项  $-C_{sb} \dot{U}_b$  不可忽略, 式(3)忽略了较大的阻尼项  $-C_{sb} \dot{U}_b$  很可能会带来较大的误差. 因此, 对于大跨隔震结构而言, 位移输入模型不再正确, 此时须对此模型进行修正, 这里建议计算中保留阻尼项  $-C_{sb} \dot{U}_b$ , 采用式(2)来代替式(3)进行运算, 虽然由于计入了地面运动的速度项导致了计算较为繁琐, 但可得到准确结果. 对于大跨隔震建筑结构的加速度模型, 由于式(6)中  $-(C_{sb} + C_s \Gamma_{sb}) \dot{U}_b = -(C_{sb} - C_s K_s^{-1} K_{sb}) \dot{U}_b$ , 因此仅当阻尼体现为刚度阻尼特性时该项等于 0, 虽然这在隔震结构中无法实现, 但是由于抵消了部分阻尼力, 其结果相对于位移输入模型会精确些, 误差大小难以从理论公式上加以判断.

## 4 数值算例

### 4.1 大跨隔震结构模型

首先建立如图 1 所示的大跨隔震结构的计算模型, 图中:  $s_1 \sim s_5$  为结构各质点;  $c_{s1}$  和  $c_{s2}$  为隔震

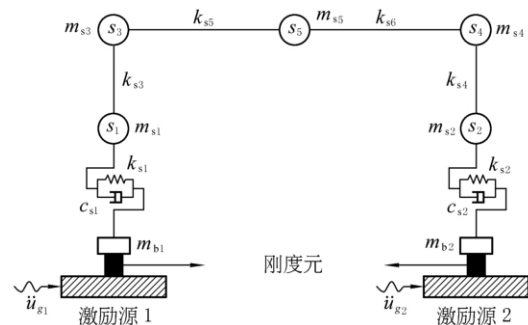


图 1 多点激励下大跨隔震结构计算模型

支座阻尼系数;  $u_{g1}$  和  $u_{g2}$  为隔震支座位移;  $m_{b1}$  和  $m_{b2}$  为隔震支座质量; 结构参数中质量  $m_{s1} = m_{s2} = m_{s3} = m_{s4} = m_{s5} = 4 \times 10^5$  kg; 结构刚度  $k_{s1} = k_{s2} = 1/10 k_{s3}$ ,  $k_{s3} = k_{s4} = k_{s5} = 1 \times 10^8$  kg · m<sup>2</sup>. 对于阻尼特性, 为避免加速度模型和位移模型在阻尼模型上的不一致, 回避由此引入的误差, 隔震层上部结构选用刚度阻尼, 令第一振型对应的阻尼比  $\xi_1 = 0.05$ , 进而建立阻尼矩阵. 隔震层的阻尼系数定义为上部结构阻尼系数的  $n$  倍, 即  $c_{s1} = n c_{s3}$ ,  $c_{s2} = n c_{s4}$ , 其中  $n$  为实现非比例阻尼引入的参数. 鉴于地震动可视为大量弦波叠加的形式, 可见实际地震波所致误差是多条弦波误差的叠加形式, 为简化运算且说明分析模型存在的问题, 这里地震地

面运动采用弦波输入. 通过研究可见: 对于任意弦波输入计算模型均存在一定程度的误差. 地震加速度幅值取为  $0.4g (g=9.8 \text{ m/s}^2)$ , 则定义地面运动位移时程为  $u_g = 0.4g \sin(t) f(t) / \omega_d^2$ , 其中  $\omega_d$  为振动频率, 可任意选取, 此处选取为 1, 其中  $f(t)$  为峰值包络函数, 具体为

$$f(t) = \begin{cases} (t/t_1)^2 & (t \leq t_1); \\ 1 & (t_1 < t \leq t_2); \\ e^{-\lambda(t-t_2)} & (t > t_2), \end{cases}$$

式中:  $t_1$  和  $t_2$  为分段时间点;  $t$  为时间;  $\lambda$  为衰减段的控制参数. 于是地震时地面速度和加速度可分别写为  $\dot{u}_g = 0.4g \cos(t) f(t) / \omega_d$ ,  $\ddot{u}_g = -0.4g \cdot \sin(t) f(t)$ . 对应构造的地面运动弦波输入特征如图 2 所示.

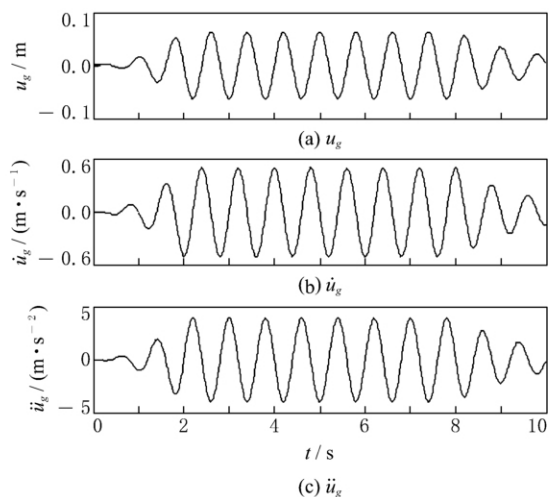
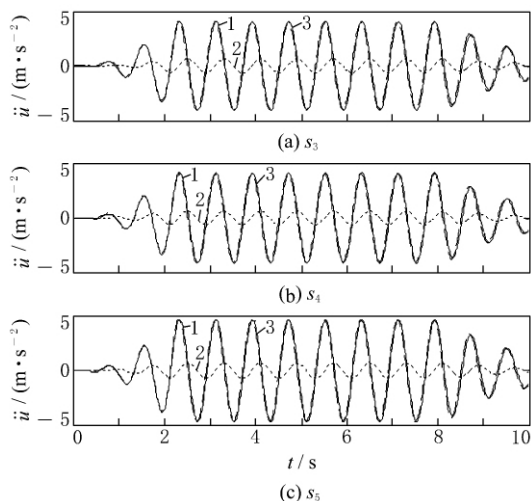


图 2 地面运动的弦波输入特征

#### 4.2 一致弦波激励

首先采用一致地震激励, 即  $\ddot{u}_{g1} = \ddot{u}_{g2}$ , 取  $k_{s1} = k_{s2} = 1/10k_{s3}$ ,  $c_{s1} = c_{s2} = 10c_{s3}$ . 分析参数采用建筑物上部结构的绝对加速度, 此时加速度模型得到的结果为精确解, 以此来对位移模型和修正的位移模型进行对比分析.

图 3 给出了  $k_{s1} = k_{s2} = 1/10k_{s3}$ ,  $c_{s1} = c_{s2} = 10c_{s3}$  时各种方法的时程曲线, 图中  $\ddot{u}$  为结构各质点加速度响应. 可以看到在隔震结构中, 采用位移模型会导致绝大部分的错误结论, 而修正结果则相对合理, 因此在隔震结构中应用位移模型须要修正. 改变隔震层参数, 提高刚度, 并降低非比例阻尼程度, 即令  $k_{s1} = k_{s2} = k_{s3}$ ,  $c_{s1} = c_{s2} = c_{s3}$ , 从而构建非隔震结构模型. 图 4 给出了时程分析结果, 可以看出此时位移模型得到较为精确的结果, 无须修正, 这说明了对于一般无附加减震装置的具备比例阻尼特性的建筑结构来说, 位移模型是适用的.



1—加速度模型; 2—位移模型; 3—修正模型.

图 3 结构各质点加速度响应

$$(k_{s1} = k_{s2} = 1/10k_{s3}, c_{s1} = c_{s2} = 10c_{s3})$$

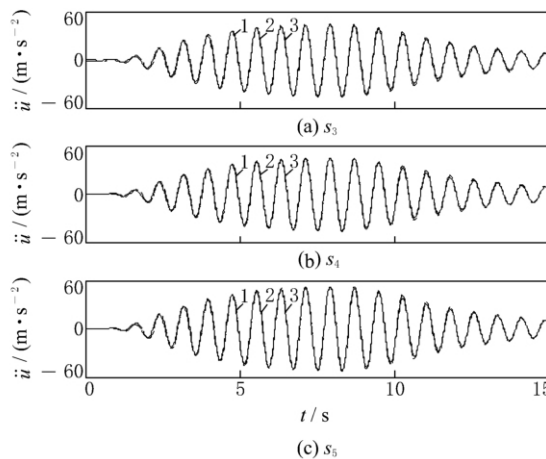


图 4 结构各质点加速度响应

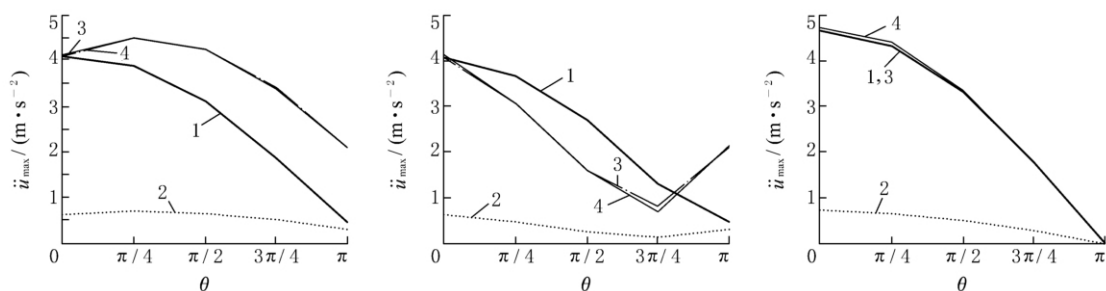
$$(k_{s1} = k_{s2} = k_{s3}, c_{s1} = c_{s2} = c_{s3})$$

#### 4.3 非一致多点弦波激励

多点地震激励下,  $\ddot{u}_{g1} \neq \ddot{u}_{g2}$ , 这里仅考虑行波效应, 相对于支座 1, 考虑支座 2 的相位差  $\theta$  分别为  $\pi/4, \pi/2, 3\pi/4$  和  $\pi$  这 4 种情况下大跨隔震结构的响应计算问题. 计算中采用修正的绝对位移和修正的加速度模型为精确结果.

图 5 和 6 给出了  $k_{s1} = k_{s2} = 1/10k_{s3}$ ,  $c_{s1} = c_{s2} = 10c_{s3}$  以及  $k_{s1} = k_{s2} = k_{s3}$ ,  $c_{s1} = c_{s2} = c_{s3}$  时不同  $\theta$  下的响应峰值结果, 可以验证加速度模型均能达到一定的工程精度, 而位移模型须采用修正方法提高精度, 图中  $\ddot{u}_{\max}$  为结构加速度响应最大值.

通过上述分析可得以下结论. a. 位移模型适用于线性和非线性情况, 须地面运动的位移时程得到绝对响应; 加速度模型仅适用于线性情况, 须地面运动的加速度时程得到相对响应, 位移模型更具有适用性. b. 大跨结构分析中的位移模型和加速度模型的阻尼特性往往不一致, 如仅采用刚



1—加速度模型; 2—位移模型; 3—修正加速度模型; 4—修正位移模型(下同).

图 5 结构各质点加速度响应最大值( $k_{s1}=k_{s2}=1/10k_{s3}, c_{s1}=c_{s2}=c_{s3}$ )

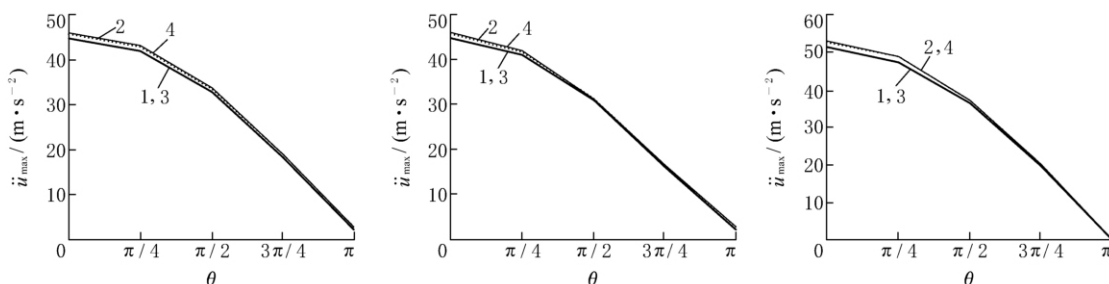


图 6 结构各质点加速度响应最大值( $k_{s1}=k_{s2}=k_{s3}, c_{s1}=c_{s2}=10c_{s3}$ )

度阻尼,二者阻尼耗能模型一致. c. 位移模型和加速度模型均为近似分析模型,二者通过忽略不同程度的阻尼项来实现快速运算. d. 在大跨隔震结构中,在阻尼特性明确的情况下,建议采用位移模型和加速度模型的修正方法进行运算. 对于实际结构在承受实际地震下计算模型的误差分布模式,须开展进一步研究加以确定.

参 考 文 献

[1] Clough R W, Penzien J. Dynamics of structures[M]. New York: McGraw-Hill Book Co, 1975.  
 [2] Yamamura N, Tanaka H. Response analysis of flexible MDF systems for multiple-support seismic excitation [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1990, 19(3): 345-357.  
 [3] Hao H. Response of multiply-supported rigid plate to spatially correlated seismic excitations [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1991, 20(9): 821-838.  
 [4] Hao H, Xiao N D. Response of asymmetric structures to multiple ground motions [J]. Journal of Structural Engineering, 1995, 121(11): 1557-1564.  
 [5] Su L, Dong S L, Kato S. A new average response spectrum method for linear response analysis of structures to spatial earthquake ground motions[J]. Engineering Structures, 2006, 28(13): 1835-1842.  
 [6] Kiureghian A D, Ansgar N. Response spectrum method for multi-support seismic excitations [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1992, 21(8): 713-740.

[7] Berrah M, Kausel E. A modal combination rule for spatially varying seismic motions [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1993, 22(9): 791-800.  
 [8] 李杰,李建华. 多点激励下结构随机地震反应分析的反应谱方法 [J]. 地震工程与工程振动, 2004, 24(3): 21-29.  
 [9] Wang J J, Chen H. A new spatial coherence model and analytical coefficients for multi-support response spectrum combination [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2007, 6(3): 225-235.  
 [10] 刘先明. 大跨度空间网格结构多点输入反应谱理论的研究与应用[D]. 南京: 东南大学土木工程学院, 2003.  
 [11] 叶继红,孙建梅. 多点激励反应谱法的理论研究 [J]. 应用力学学报, 2007, 24(1): 47-53.  
 [12] 柳国环,李宏男,林海. 结构地震响应计算模型的分析与比较 [J]. 工程力学, 2009, 26(2): 10-15.  
 [13] 柳国环,李宏男,国巍. 求解结构地震响应位移输入模型存在的问题及其 AMCE 实效对策 [J]. 计算力学学报, 2009, 26(6): 862-869.  
 [14] 周国良,李小军. 用改进的大质量法分析行波对连续刚构桥地震反应的影响 [J]. 土木建筑与环境工程, 2010, 32(S1): 217-220.  
 [15] 周国良,李小军,喻焜等. 大刚度法在结构动力分析中的应用、误差分析与改进 [J]. 工程力学, 2011, 28(8): 30-36.  
 [16] Wilson E L. Static and dynamic analysis of structures: a physical approach with emphasis on earthquake engineering [M]. Berkley: Computer and structures Inc, 2004.