Vol. 45 No. 2 Feb. 2012

一种计算地震作用下相邻结构相对位移 的改进差异谱方法

国 巍^{1,2} 余志武^{1,2}

(1. 中南大学,湖南长沙 410083; 2. 中南大学高速铁路建造技术国家工程实验室,湖南长沙 410083)

摘要:作为当前铁路客站建设中经常采用的一种结构形式"房桥分离"结构在地震激励下存在客站建筑与桥梁结构发生碰撞的隐患,而规范中缺少对于此类结构形式最小安全间距的相关规定。基于此,作者根据客站建筑与桥梁结构的结构形式,并考虑客站建筑的非比例阻尼特征,通过引入虚拟激励法,推导用于碰撞分析的随机表达式,该计算表达式可以实现准确高效的随机运算。在此基础之上,作者进一步提出一种改进差异谱方法,该反应谱组合公式可用于计算地震作用下相邻结构的相对位移,从而提供避免房桥结构震致碰撞的最小安全间距,相比传统方法其可以考虑建筑物非比例阻尼特征,具备坚实理论基础,形式简洁方便,适于工程应用。最后通过数值算例验证本文所提出改进差异谱方法的准确性和有效性。

关键词: "房桥分离"结构体系; 非比例阻尼; 相对位移; 虚拟激励法; 差异谱方法

中图分类号: TU311.4 TU317 * .1 文献标识码: A 文章编号: 1000-431X(2012)02-0068-09

An improved spectral difference method for calculating relative displacement in order to avoid pounding in earthquakes

Guo Wei^{1,2} Yu Zhiwu^{1,2}

(1. Central South University, Changsha 410083, China;

2. National Engineering Laboratory for High Speed Railway Construction, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: As an often adopted structural style in current railway station constructions, the separated structure-bridge station under earthquake excitation involves risks of collision between the station and the elevated bridge, meanwhile, there are not corresponding regulations about the safety spacing in the seismic code. Thereby, according to structural style and dynamic properties of the separated structure-bridge station, a stochastic expression for pounding analysis based on the pseudo-excitation method is proposed, and it takes into account of the non-proportional damping characteristics. Accordingly, the spectral difference method is improved for calculating the relative displacement of adjacent buildings in earthquake and thus providing the minimum spacing between the structure and the elevated bridge for avoiding pounding due to earthquakes. Comparing with the conventional method, the improved spectral difference method can explain the non-proportional damping characteristics with solid theoretical foundation and simplicity. Finally, numerical analysis is carried out to verify the spectral difference method.

Keywords: separated structure-bridge station; non-proportional damping; relative displacement; pseudo-excitation method; spectral difference method

E-mail: wei. guo. 86@ gmail. com

引 言

近年来,我国铁路建设已经进入了飞速发展阶段,作为铁路网的关键节点和枢纽-铁路客站也得以大

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(50938008,51108466),中国博

士后基金(20110491277),中南大学博士后基金,中南大学 青年教师自由探索基金和中南大学引进人才科研启动基金

作者简介: 国巍,博士,讲师 收稿日期: 2010-06-28 现。出于减少占地面积和客站功能的考虑,工程中常采用高架桥作为火车线路的支撑结构,"建筑里面跑火车"成为高铁和快轨客站的一个重要特色。按照客站建筑和桥梁结构的连接关系,一般可分为"房桥分离"和"房桥合一"等形式^[1]。从设计角度来说,"房桥分离"结构由于其受力明确和理论相对成熟,容易为人们所接受,结构形式也较为合理。然而,由于客站建筑与桥梁结构的分离,需依据建筑结构规范和桥梁结构规范分别设计,并由不同专业负责,需要大量沟

量修建,在建设过程中各种新工艺和新技术不断涌

通协调。设计理论和设计人员的不统一,相关规范的缺乏,均会导致地震安全间距设置的不合理,令客站建筑与桥梁结构在地震激励下可能发生碰撞。作为质量较集中且高度较低的桥梁结构,其巨大的碰撞力可导致客站建筑的倒塌破坏,从而引发巨大地震灾害,严重威胁客站停留人员的生命安全。桥梁结构在地震中的碰撞较为常见,国内外学者均对其进行了系统的研究工作,研究内容主要集中在碰撞安全间距确定^[24]、合理碰撞模型的选取^[58]和碰撞效应的影响因素分析^[940]。此外,在城市中心城区由于邻近建筑物之间的间距往往较小,建筑物震致碰撞同样较为常见,学者们在此方面也开展了相应研究工作^[1142]。

作为本文研究所针对一类铁路客站"房桥分离"结构,其同时包含建筑结构和桥梁结构,前人对二者之间的地震碰撞研究则甚少。因功能需求和建筑重要性,"房桥分离"结构中客站建筑常为复杂结构,如钢管混凝土框架结构与钢结构屋盖相组合、安装阻尼装置、隔震设计等,同时客站建筑往往还具备大质量特征,地震响应分析需要综合考虑土结构相互作用。以上这些使客站建筑区别于一般建筑物,其具有非比例阻尼特征[13-45]。为得到精确分析和设计结果,客站建筑地震动力分析需计人非比例阻尼因素。

基于以上阐述,作者建立了"房桥分离"结构数值分析模型,在考虑非比例阻尼特征的基础上,引入虚拟激励法^[16],推导了用于客站建筑与桥梁结构之间碰撞分析的高效随机表达式,进而依据反应谱 CQC (Complete Quadratic Combination)组合公式的推导假定,建立了适用于"房桥分离"结构碰撞分析的改进差异谱一般表达式,该反应谱分析方法计入了非比例阻尼特征,可计算客站建筑与桥梁结构之间的相对位移,提供避免震致碰撞的最小安全间距,其形式简单,计算方便,适于工程应用。文中最后通过数值算例验证了改进差异谱公式的有效性。

1 "房桥分离"结构体系模型

"房桥分离"结构因其受力明确、传力合理,在高铁以及快轨客站中多有采用,大连三号线和上海明珠线的部分高架车站均采用此类结构体系。本部分工作将建立"房桥分离"结构体系的基本模型,并推导基于状态方程和复模态理论的地震时程分析理论表达式。图1为"房桥分离"结构示意图,图中两侧的屋盖没有连接在一起,此时客站建筑分布于高架桥两侧。实际工程中,两侧的顶层屋盖,或者高架桥以上楼层均可能连为一体,客站建筑物视为连体结构。

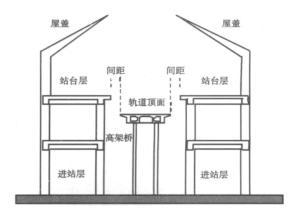


图 1 "房桥分离"结构体系示意图

Fig. 1 Schematic diagram of separated structure-bridge static

基于以下五点假设对地震激励下"房桥分离"结构进行动力简化: ①客站建筑质量集中于各层,从而构造层模型; ②客站建筑各层楼板平面内刚度无限大,平面内可视为刚体运动; ③考虑各层偏心影响,运动由平动和扭转耦合而成; ④桥梁结构为单向平动; ⑤假定碰撞发生在建筑楼板处,并不是直接与柱子相撞。图 2 描述了结构体系碰撞层的震致平面运动。由此可知,单维地震激励下客站建筑可简化为平扭耦联的多层模型,桥梁结构简化为仅平动的单层模型。从结构动力学角度来说,在单向地震激励下此结构体系的数值模型可统一表述为:

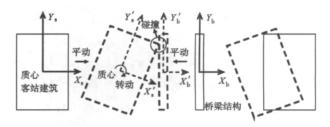


图 2 结构体系碰撞层的震致平面运动模型

Fig. 2 Plane motion model of pounding layer of structure system during earthquake

$$M_{s}\ddot{U}_{s} + C_{s}\dot{U}_{s} + K_{s}U_{s} = -M_{s}E_{s}\ddot{u}_{g}$$
 (1a)

$$m_{\rm b} \ddot{u}_{\rm b} + c_{\rm b} \dot{u}_{\rm b} + k_{\rm b} u_{\rm b} = -m_{\rm b} \ddot{u}_{\rm c}$$
 (1b)

盖常采用钢结构,主体结构为混凝土结构或钢管混凝土,往往采用阻尼减震装置和隔震设计等振动控制措施,这些特征导致客站建筑动力表达不同于一般结构,具备非比例阻尼特性,体现在式(1a)中,即 C_s 无法通过无阻尼模态矩阵进行对角化处理。此时,式(1a)的精确求解需通过建立状态向量方程,利用复模态理论来实现对角化处理,首先定义状态向量:

$$\boldsymbol{U} = \left[\dot{\boldsymbol{U}}_{\mathrm{s}}; \boldsymbol{U}_{\mathrm{s}} \right]^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

引入恒等公式 $M_{\circ}\dot{U}_{\circ}-M_{\circ}\dot{U}_{\circ}=0$,建立状态方程:

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{B}\mathbf{U} = -\mathbf{A}\mathbf{E}\dot{\mathbf{u}}_{g} \tag{3}$$

式中: $A = [0, M_s; M_s, 0]$; $B = [-M_s, 0; 0, K_s]$; $E = [E_s; 0_{3N\times 1}]$ 。对于式(3)中的一阶常系数微分方法和欠阻尼系统而言,其存在 3N 组共轭特征值 η 和特征向量 Φ ,均满足如下方程式:

$$\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Phi}_{i} = -\eta_{i}\boldsymbol{A}\boldsymbol{\Phi}_{i} \tag{4}$$

式中: $\Phi_i = [\eta_i \varphi_i; \varphi_i]; \varphi_i = \varphi_{iR} + r\varphi_{iI}; \eta_i = -\eta_{iR} + r\eta_{iI} = -\xi_i \omega_i + r\omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} \quad (i = 1 \sim 3N), r = \sqrt{-1}$ 。 文献 [13] 通过模态正交和矩阵变换,可得到结构响应表达:

$$\boldsymbol{U}_{s} = \sum_{i=1}^{3N} (\boldsymbol{X}_{i} q_{i} + \boldsymbol{Y}_{i} \dot{\boldsymbol{q}}_{i})$$
 (5a)

$$\ddot{q}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = - \ddot{u}_s \tag{5b}$$

式中: $X_i = 2 \left[\left(\xi_i p_i + \sqrt{1 - \xi_i^2} w_i \right) \varphi_{iR} + \left(\xi_i w_i - \xi_i w_i \right) \right]$ $\sqrt{1-\xi_i^2}p_i$) $\boldsymbol{\varphi}_{il}\boldsymbol{\omega}_i$] / $[(a_i^2+b_i^2)+b_i^2]$; $\boldsymbol{Y}_i=2(p_i\boldsymbol{\varphi}_{iR}+b_i^2)$ $w_i \boldsymbol{\varphi}_{il} / (a_i^2 + b_i^2)$, $a_i = -2\eta_{iR} (\boldsymbol{\varphi}_{iR}^T \boldsymbol{M}_s \boldsymbol{\varphi}_{iR} - \boldsymbol{\varphi}_{iR}^T \boldsymbol{M}_s \boldsymbol{\varphi}_{il})$ - $4\eta_{il}\boldsymbol{\varphi}_{il}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{s}\boldsymbol{\varphi}_{il} + \boldsymbol{\varphi}_{il}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{s}\boldsymbol{\varphi}_{il} - \boldsymbol{\varphi}_{il}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{s}\boldsymbol{\varphi}_{il} , b_{i} = 2\eta_{il}(\boldsymbol{\varphi}_{il}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{s}\boldsymbol{\varphi}_{il} \boldsymbol{\varphi}_{il}^{T} \boldsymbol{M}_{s} \boldsymbol{\varphi}_{il}$ $-4 \boldsymbol{\eta}_{iR} \boldsymbol{\varphi}_{iR}^{T} \boldsymbol{M}_{s} \boldsymbol{\varphi}_{il} + 2 \boldsymbol{\varphi}_{iR}^{T} \boldsymbol{C}_{s} \boldsymbol{\varphi}_{il}$, $p_{i} = a_{i} c_{i} + b_{i} d_{i}$, $w_i = b_i c_i - a_i d_i$, $c_i = \boldsymbol{\varphi}_{iR}^T \boldsymbol{M}_s \boldsymbol{E}_s$, $d_i = \boldsymbol{\varphi}_{iI}^T \boldsymbol{M}_s \boldsymbol{E}_s$, $\boldsymbol{\xi}_i =$ $(\boldsymbol{\varphi}_{i}^{*})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{s}\boldsymbol{\varphi}_{i}/[2(\boldsymbol{\varphi}_{i}^{*})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{s}\boldsymbol{\varphi}_{i}\boldsymbol{\omega}_{i}], \boldsymbol{\omega}_{i} = \sqrt{(\boldsymbol{\varphi}_{i}^{*})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{s}\boldsymbol{\varphi}_{i}/(\boldsymbol{\varphi}_{i}^{*})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}_{s}\boldsymbol{\varphi}_{i}},$ $\eta_i = -\boldsymbol{\Phi}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{B} \boldsymbol{\Phi}_i / \boldsymbol{\Phi}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A} \boldsymbol{\Phi}_i$, $\mu_i = \boldsymbol{\Phi}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R} \boldsymbol{E} / \boldsymbol{\Phi}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A} \boldsymbol{\Phi}_i$, $\pm \boldsymbol{k} \bar{k}$ "*"表示共轭运算。如上推导,式(5)给出了车站建 筑的地震响应U。计算式,其是基于状态方程和复模态 理论得到,该式考虑了客站建筑的非比例阻尼特征, 计算结果准确目无近似假定。在求解状态方程复特 征值和特征向量的基础上,利用式(5)进行运算仅需 实数操作,方便了工程应用。对于桥梁结构而言,如 采用单层平动模型,其为单自由度结构,地震响应容 易求得,即为下列方程式所描述模型的响应:

$$\ddot{u}_{\rm b} + 2\xi_{\rm b}\omega_{\rm b}\dot{u}_{\rm b} + \omega_{\rm b}^2u_{\rm b} = -\ddot{u}_{\rm g} \tag{6}$$

式中: $\omega_{\rm b} = \sqrt{k_{\rm b}/m_{\rm b}}$ 为圆频率; $\xi_{\rm b} = c_{\rm b}/(2m_{\rm b}\omega_{\rm b})$ 为阻尼比。定义客站建筑与桥梁结构之间的相对位移为 $u_{\rm p}$,间距为 $d_{\rm gap}$,考虑地震激励存在正反两个方向输

入,保守取值,则当 $|u_p| > d_{gap}$ 时发生碰撞,因此 u_p 为碰撞的控制指标。如假定桥梁结构与客站建筑的第 l 层发生碰撞,则 u_p 可统一如下表述为:

$$u_{p} = \Gamma_{1} u_{sxl} + \Gamma_{2} u_{s\theta l} + \Gamma_{3} u_{b} \tag{7}$$

式中: u_{sxl} 、 $u_{s\theta l}$ 分别为客站建筑碰撞层的 x 向平动和转动响应; u_{b} 为桥梁结构的平动响应; Γ_{1} 、 Γ_{2} 和 Γ_{3} 为对应的几何常系数。特别的,根据式(7),假定客站建筑和桥梁结构只发生平动,则 u_{b} 可表述为:

$$u_{\rm p} = u_{\rm sxl} - u_{\rm b} \tag{8}$$

2 基于虚拟激励法的随机表达式

鉴于实际地震动为不可重现的单次随机过程,时程分析具有很大局限性,近年来开展了一系列随机地震下结构响应的研究工作。学者们将地震简化为随机过程,提出了相应地震随机模型,如 Clough-Pezien模型,金井清模型等。传统的随机分析方法效率很低,限制了其工程应用,林家浩提出了一种虚拟激励法^[16],其将地震输入转化为弦波形式,大大提高了随机计算效率。本文采用虚拟激励法对"房桥分离"结构体系进行随机推导,给出其碰撞分析的高效随机表达式。首先将地震动转化为弦波输入:

$$\ddot{u}_{g}(t) = \sqrt{S_{\ddot{u}_{g}}(\omega)} e^{i\omega t}, r = \sqrt{-1}$$
 (9)

式中: $S_{\ddot{u}_g}(\omega)$ 为地震功率谱密度函数。将此式代入式 (5),可得虚拟响应为:

$$U_{s} = \sum_{i=1}^{3N} (X_{i}q_{i} + Y_{i}\dot{q}_{i})$$

$$= \left[\sum_{i=1}^{3N} (X_{i} + r\omega Y_{i}) H_{i}\right] \sqrt{S_{\ddot{u}_{g}}(\omega)} e^{r\omega t} \qquad (10)$$

式中: $H_i = -1/(\omega_i^2 - \omega^2 + 2r\xi_i\omega_i\omega)$, $i = 1 \sim 3N$ 。根据虚拟激励法的原理,可得结构响应的功率谱密度函数矩阵表达为: $S_{U_s} = U_s^* U_s^T$ 。我们仅关注客站建筑第 l 层与桥梁结构的碰撞效应,提取第 l 层的虚拟响应:

$$u_{sxl} = \left[\sum_{i=1}^{3N} \left(\boldsymbol{X}_{i,l} + r\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{Y}_{i,l}\right) H_{i}\right] \sqrt{S_{\ddot{u}_{g}}(\boldsymbol{\omega})} e^{r\boldsymbol{\omega}t} \quad (11a)$$

$$u_{s\theta l} = \left[\sum_{i=1}^{3N} \left(\boldsymbol{X}_{i,l+N} + r\boldsymbol{\omega}\boldsymbol{Y}_{i,l+N}\right) H_{i}\right] \sqrt{S_{\ddot{u}_{g}}(\boldsymbol{\omega})} e^{r\boldsymbol{\omega}t} \quad (11b)$$

式中: $X_{i,l}$ 、 $X_{i,l+N}$ 分别为向量 X_i 的第 l 和 l+N 个元素; $Y_{i,l}$ 、 $X_{i,l+N}$ 分别为向量 Y_i 的第 l 和 l+N 个元素。对于桥梁结构而言,在虚拟激励下,式(6) 描述模型的虚拟响应可写为:

$$u_{\rm b} = H_{\rm b} \ddot{u}_{\rm g}(t) = H_{\rm b} \sqrt{S_{\ddot{u}_{\rm g}}(\omega)} e^{r\omega t}$$
 (12)

式中:
$$H_b = -1/(\omega_b^2 - \omega^2 + 2r\xi_b\omega_b\omega)$$
 , $r = \sqrt{-1}$ 。基

于以上推导,根据式(7)、式(11)和式(12),可容易得到碰撞控制参数 u_p 的虚拟响应表达式。继而,碰撞控制指标 u_p 的功率谱密度函数和均方值可如下表述:

$$S_{u_{\rm p}} = u_{\rm p}^* u_{\rm p} , \sigma_{u_{\rm p}}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} S_{u_{\rm p}} d\omega$$
 (13)

3 改进差异谱理论

反应谱法已经广泛应用于抗震设计,为分析邻近结构的碰撞问题,国外学者基于反应谱理论提出了差异谱方法^[2],其适用于比例阻尼结构的平动碰撞分析。随着现代建造技术的发展,阻尼装置等振动控制技术在建筑中广泛应用,此时结构往往具备非比例阻尼。本文考虑非比例阻尼特征,首先给出了根据强迫解耦和传统差异谱方法的碰撞分析公式,并说明其来源,进而基于前文随机推导和白噪声假定,提出了改进差异谱方法,相比传统方法,其具有坚实的理论基础,可准确分析非比例阻尼结构的碰撞间距。

3.1 基于强迫解耦和传统差异谱的计算公式

对于具备非比例阻尼特征的客站建筑而言,传统的方法是通过强迫解耦法进行近似分析。首先求解式(1a)的无阻尼模态矩阵:

$$\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{i}^{2}\widetilde{\boldsymbol{\varphi}}_{i}^{T}\boldsymbol{M}_{s}\widetilde{\boldsymbol{\varphi}}_{i} = \widetilde{\boldsymbol{\varphi}}_{i}^{T}\boldsymbol{K}_{s}\widetilde{\boldsymbol{\varphi}}_{i} \tag{14}$$

式中: $\tilde{\omega}_i$ 、 $\tilde{\varphi}_i$ 分别为无阻尼圆频率和模态向量,均为实数。显然利用 $\tilde{\varphi}_i$ 构建的模态矩阵无法对非比例阻尼矩阵 C_s 对角化。强迫解耦法的思路是强制忽略模态阻尼矩阵非对角项来近似处理。定义经此处理后构建的各阶阻尼比为 $\tilde{\xi}_s$ 并同时定义 τ_i :

$$\tilde{\boldsymbol{\xi}}_{si} = (\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_{s} \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{i}) / [(2\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{i}) \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}_{s} \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{i}] \qquad (15a)$$

$$\tau_{i} = -(\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}_{s} \boldsymbol{E}_{s}) / (\tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}_{s} \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_{i}) \qquad (15b)$$

基于此,根据文献[2],客站建筑与桥梁结构碰撞 分析的传统差异谱公式可写为:

$$R_{u_{p}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} Z_{ij}^{(1)} R_{i} R_{j} - 2 \sum_{i=1}^{N} Z_{i}^{(2)} R_{i} R_{b} + R_{b}^{2}}$$
(16)

式中: $Z_{ij}^{(1)} = \tau_i \tau_j \hat{\boldsymbol{\varphi}}_{i,l} \hat{\boldsymbol{\varphi}}_{j,l} \rho_{ij}^{DD}$, $Z_i^{(2)} = \tau_i \hat{\boldsymbol{\varphi}}_{i,l} \rho_{ib}^{DD}$ 。式(16) 即为基于强迫解耦法和传统差异谱方法相结合的表达式。文献 [2] 中仅仅给出了平动形式,并没有指出考虑转动情况。该方法避免了复数特征值和特征向量的求解,计算较为简便,然而其对模态阻尼矩阵强制对角化处理并没有理论依据,属于近似处理方法,同时其误差难以准确估计 [15]。

3.2 改进差异谱的一般表达式

根据上文中的随机推导可知,虚拟响应 u_p 为 3 个量 u_{sxl} 、 u_{syl} 和 u_b 的代数和,鉴于其自功率谱密度函数

为其虚拟响应与自身共轭的乘积,功率谱表达式中包含 $3 \times 3 = 9$ 项。定义: $S_{u_p} = \sum_{i=1}^{9} D_{u_p}^{(i)} S_{\ddot{u}_g}$,则可如下表述:

$$D_{u_{p}}^{(1)} = \Gamma_{1}^{2} \sum_{i=1}^{3N} \sum_{j=1}^{3N} (X_{i,l} X_{j,l} + X_{i,l} Y_{j,l} r \omega - X_{j,l} Y_{i,l} r \omega + Y_{i,l} Y_{j,l} \omega^{2}) H_{i}^{*} H_{j}$$
(17a)

$$D_{u_{p}}^{(2)} = \Gamma_{1} \Gamma_{2} \sum_{i=1}^{3N} \sum_{j=1}^{3N} (X_{i,l} X_{j,l+N} + X_{i,l} Y_{j,l+N} r \omega - X_{j,l+N} Y_{i,l} r \omega + Y_{i,l} Y_{j,l+N} \omega^{2}) H_{i}^{*} H_{j}$$
 (17b)

$$D_{u_{\rm p}}^{(3)} = \Gamma_1 \Gamma_3 \sum_{i=1}^{3N} (X_{i,t} - Y_{i,t} r_{\omega}) H_i^* H_{\rm b}$$
 (17c)

$$D_{u_{p}}^{(4)} = \Gamma_{1} \Gamma_{2} \sum_{i=1}^{3N} \sum_{j=1}^{3N} (X_{i,l+N} X_{j,l} + X_{i,l+N} Y_{j,l} r \omega - X_{j,l} Y_{i,l+N} r \omega + Y_{i,l+N} Y_{j,l} \omega^{2}) H_{i}^{*} H_{j}$$
 (17d)

$$D_{u_{p}}^{(5)} = \Gamma_{2}^{2} \sum_{i=1}^{3N} \sum_{j=1}^{3N} (X_{i,l+N} X_{j,l+N} + X_{i,l+N} Y_{j,l+N} r \omega - X_{i,l+N} Y_{i,l+N} r \omega + Y_{i,l+N} Y_{i,l+N} \omega^{2}) H_{i}^{*} H_{i} (17e)$$

$$D_{u_{\rm p}}^{(6)} = \Gamma_2 \Gamma_3 \sum_{i=1}^{3N} (X_{i,t+N} - Y_{i,t+N} r \omega) H_i^* H_{\rm b}$$
 (17f)

$$D_{u_{\rm p}}^{(7)} = \Gamma_1 \Gamma_3 \sum_{i=1}^{3N} (X_{i,t} + Y_{i,t} r \omega) H_{\rm b}^* H_i$$
 (17g)

$$D_{u_{\rm p}}^{(8)} = \Gamma_2 \Gamma_3 \sum_{i=1}^{3N} (X_{i,t+N} + Y_{i,t+N} r \omega) H_{\rm b}^* H_i \qquad (17h)$$

$$D_{u_{\rm b}}^{(9)} = \Gamma_3^2 H_{\rm b}^* H_{\rm b} \tag{17i}$$

式中: $D_{u_p}^{(1)}$ 和 $D_{u_p}^{(9)}$ 均为实数, $D_{u_p}^{(2)} = [D_{u_p}^{(4)}]^*$, $D_{u_p}^{(3)} = [D_{u_p}^{(7)}]^*$, $D_{u_p}^{(6)} = [D_{u_p}^{(8)}]^*$ 。因此可简化求得:

$$\begin{split} S_{u_{\rm p}} &= (D_{u_{\rm p}}^{(1)} + 2 \text{Real} \{D_{u_{\rm p}}^{(2)}\} + 2 \text{Real} \{D_{u_{\rm p}}^{(3)}\} + \\ & 2 \text{Real} \{D_{u_{\rm p}}^{(6)}\} + D_{u_{\rm p}}^{(9)}) \, S_{\vec{u}_{x}} \end{split} \tag{18}$$

式中: Real 标志表示取复数的实部。类似 CQC 方法的推导,假定地震为平稳白噪声过程,即 $S_{\tilde{u}_g}=S_0$ 。定义:

$$\Omega_{ij}^{DD} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{Real}\{\,H_i^*\,\,H_j\}\,S_0\mathrm{d}\omega\,\,,\,\Omega_{ij}^{VD} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{Real}\,\{\,(\,-r\omega)\,H_i^*\,\,H_j\}\,\,\times$$

 $S_0\mathrm{d}\omega$, $\Omega_{ij}^W=\int_{-\infty}^\infty\mathrm{Real}\{\,\omega^2H_i^*\,H_j\}\,S_0\mathrm{d}\omega$,则通过数学知识证据

$$\rho_{ij}^{DD} = \frac{\Omega_{ij}^{DD}}{\sqrt{\Omega_{ii}^{DD}} \sqrt{\Omega_{jj}^{DD}}} = \frac{8\sqrt{\xi_{i}\xi_{j}}(\alpha\xi_{i} + \xi_{j})\alpha^{3/2}}{(1 - \alpha^{2})^{2} + 4\xi_{i}\xi_{j}\alpha(1 + \alpha^{2}) + 4(\xi_{i}^{2} + \xi_{j}^{2})\alpha^{2}}$$
(19a)

$$\rho_{ij}^{VD} = \frac{\Omega_{ij}^{VD}}{\sqrt{\Omega_{ii}^{VV}}\sqrt{\Omega_{ji}^{DD}}} = \frac{4\sqrt{\xi_{i}\xi_{j}}(1-\alpha^{2})\alpha^{1/2}}{(1-\alpha^{2})^{2}+4\xi_{i}\xi_{j}\alpha(1+\alpha^{2})+4(\xi_{i}^{2}+\xi_{j}^{2})\alpha^{2}}$$
(19b)

$$\rho_{ij}^{VV} = \frac{\Omega_{ij}^{VV}}{\sqrt{\Omega_{ii}^{VV}}\sqrt{\Omega_{jj}^{VV}}} = \frac{8\sqrt{\xi_{i}\xi_{j}}(\xi_{i} + \alpha\xi_{j}) \alpha^{3/2}}{(1 - \alpha^{2})^{2} + 4\xi_{i}\xi_{j}\alpha(1 + \alpha^{2})^{2} + 4(\xi_{i}^{2} + \xi_{j}^{2}) \alpha^{2}}$$
(19c)

式中: $\alpha = \omega_i/\omega_j$ 为圆频率之比。通过对式(18) 积分,并利用式(19) 和 $\Omega_{ii}^{W} = \omega_i^2 \Omega_{ii}^{DD}$ [15],经过简化,可得均方值的表达式:

$$\sigma_{u_{p}}^{2} = \sum_{i=1}^{3N} \sum_{i=1}^{3N} Z_{ij}^{(1)} \sqrt{\Omega_{ii}^{DD} \Omega_{ji}^{DD}} + 2 \sum_{i=1}^{3N} Z_{i}^{(2)} \times \sqrt{\Omega_{ii}^{DD} \Omega_{bb}^{DD}} + Z^{(3)} \Omega_{bb}^{DD}$$
 (20)
式中: $Z_{ij}^{(1)} \cdot Z_{ij}^{(2)}$ 和 $Z_{ij}^{(3)}$ 为系数, $Z_{ij}^{(1)} = Z_{ij}^{(1),1} + Z_{ij}^{(1),2}$,
$$Z_{ij}^{(1),1} = \Gamma_{1}^{2} \left[X_{i,l} X_{j,l} \rho_{ij}^{DD} + (X_{j,l} Y_{i,l} - X_{i,l} Y_{j,l}) \rho_{ij}^{VD} \omega_{i} + \frac{1}{2} \left[X_{i,l} X_{j,l} \rho_{ij}^{DD} + (X_{j,l} Y_{i,l} - X_{i,l} Y_{j,l}) \rho_{ij}^{VD} \omega_{i} + \frac{1}{2} \left[X_{i,l} X_{j,l} \rho_{ij}^{DD} + (X_{j,l} Y_{i,l} - X_{i,l} Y_{j,l}) \rho_{ij}^{VD} \omega_{i} + \frac{1}{2} \left[X_{i,l} X_{j,l} \rho_{ij}^{DD} + (X_{j,l} Y_{i,l} - X_{i,l} Y_{j,l}) \rho_{ij}^{VD} \omega_{i} + \frac{1}{2} \left[X_{i,l} X_{j,l} \rho_{ij}^{DD} + (X_{j,l} Y_{i,l} - X_{i,l} Y_{j,l}) \rho_{ij}^{VD} \omega_{i} + \frac{1}{2} \left[X_{i,l} X_{j,l} \rho_{ij}^{DD} + (X_{j,l} Y_{i,l} - X_{i,l} Y_{j,l}) \rho_{ij}^{VD} \omega_{i} + \frac{1}{2} \left[X_{i,l} X_{j,l} \rho_{ij}^{DD} + (X_{j,l} Y_{i,l} - X_{i,l} Y_{j,l}) \rho_{ij}^{VD} \omega_{i} + \frac{1}{2} \left[X_{i,l} X_{j,l} \rho_{ij}^{DD} + (X_{i,l} Y_{i,l} - X_{i,l} Y_{j,l}) \rho_{ij}^{VD} \omega_{i} + \frac{1}{2} \left[X_{i,l} X_{i,l} \nabla_{i,l} \nabla_{i,l}$$

式中: $Z_{ij}^{(1)}$ 、 $Z_{ij}^{(2)}$ 和 $Z_{ij}^{(3)}$ 为系数、 $Z_{ij}^{(1)} = Z_{ij}^{(1),1} + Z_{ij}^{(1),2}$ 、 $Z_{ij}^{(1),1} = \Gamma_1^2 \left[X_{i,l} X_{j,l} \rho_{ij}^{DD} + (X_{j,l} Y_{i,l} - X_{i,l} Y_{j,l}) \rho_{ij}^{VD} \omega_i + Y_{i,l} Y_{j,l} \rho_{ij}^{VV} \omega_i \omega_j \right]$ 、 $Z_{ij}^{(1),2} = 2\Gamma_1 \Gamma_2 \left[X_{i,l} X_{j,l+N} \rho_{ij}^{DD} + (X_{j,l+N} Y_{i,l} - X_{i,l} Y_{j,l+N}) \rho_{ij}^{VD} \omega_i + Y_{i,l} Y_{j,l+N} \rho_{ij}^{VV} \omega_i \omega_j \right]$ 、 $Z_i^{(2)} = Z_i^{(2),1} + Z_i^{(2),2}$ 、 $Z_i^{(2),1} = \Gamma_1 \Gamma_3 (X_{i,l} \rho_{ib}^{DD} + Y_{i,l} \rho_{ib}^{VD} \omega_i)$ 、 $Z_i^{(3)} = \Gamma_2 \Gamma_3 (X_{i,l+N} \rho_{ib}^{DD} + Y_{i,l+N} \rho_{ib}^{VD} \omega_i)$, $Z_i^{(3)} = \Gamma_3^2$ 。

对于不同的随机过程而言,其峰值因子响应变化不大,此时可认为反应谱体现的均值与随机过程的均方根值保持一个固定的比值,即 $R/\sigma=p$,其中: R为反应谱体现的位移均值响应; $\sigma=\sqrt{\Omega}$ 为随机响应均方根值; 峰值因子 p 为常数。同时,定义 R_i 为客站建筑第 i 阶模态的位移反应谱值, R_b 为桥梁结构的位移反应谱值,则根据以上并由式(20)可得反应谱表达式为:

$$R_{u_{\rm p}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{3N} \sum_{j=1}^{3N} Z_{ij}^{(1)} R_i R_j + 2 \sum_{i=1}^{3N} Z_i^{(2)} R_i R_{\rm b} + Z_{\rm b}^{(3)} R_{\rm b}^2}$$

式中: R_{u_p} 为客站建筑与桥梁结构相对位移的反应谱值,体现概率特性,其他系数在前文中已定义。由于规范反应谱为拟加速度反应谱,与位移反应谱 R 存在如下的转换关系: $R = \alpha g/\omega^2$ 。其中: α 为抗震设计规范中给定的水平影响系数; ω 为对应圆频率。因此,由式(21)可容易求解基于抗震设计反应谱的碰撞安全间距: $d_{gap} = R_{u_p}$ 。特别的,当仅考虑客站建筑平动响应时,即 $u_{sol} = 0$,客站建筑自由度由 3N 缩减为 N,桥梁结构为单自由度结构,依据式(21) 可给出平动下的改进差异谱表达为:

$$R_{u_{\rm p}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} Z_{ij}^{(1)} R_{i} R_{j} + 2 \sum_{i=1}^{N} Z_{i}^{(2)} R_{i} R_{\rm b} + R_{\rm b}^{2}}$$

式中: $Z_{ij}^{(1)} = X_{i,l}X_{j,l}\rho_{ij}^{DD} + (X_{j,l}Y_{i,l} - X_{i,l}Y_{j,l})\rho_{ij}^{VD}\omega_i + Y_{i,l}Y_{j,l}\rho_{ij}^{VV}\omega_i\omega_j$, $Z_i^{(2)} = -(X_{i,l}\rho_{ib}^{DD} + Y_{i,l}\rho_{ib}^{VD}\omega_i)$ 。 至此,已经推导完毕改进差异谱方法的一般表达。从上文

可以看到,改进差异谱方法合理处理了非比例阻尼特征,整个推导过程严密,相对传统差异谱方法,具备坚实的理论基础。需要说明的是,通过忽略交叉项可以给出式(22)的 SRSS 形式,其表述为:

$$R_{u_{\rm p}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{3N} (X_{i,l}^2 \rho_{ii}^{DD} + Y_{i,l}^2 \rho_{ii}^{VV} \omega_i^2) R_i^2 + R_{\rm b}^2}$$
 (23)

其求解更为简单,不过精度受到一定限制,只有当频率相对较为分散时适用。

4 关于改进差异谱方法的说明

前文已经构建了基于随机理论和白噪声假定的 改进差异谱公式,其重要特性是可以对非比例阻尼结 构体系进行分析,并基于规范给定的设计应谱,适用 于客站建筑与桥梁结构震致碰撞安全间距的计算,有 以下三个问题需要加以说明:

- (1) 车站建筑和桥梁结构进行了一定程度的简化,其简化符合实际工程特点,同时由于本文所提方法的基本理论方程具有一般性,所提方法并不局限于这些简化模型,适用于一切具有非比例阻尼结构特征的多自由度结构与单自由度结构的碰撞分析。
- (2)本文所提方法是基于欠阻尼和白噪声激励这些假定的推导,相对于传统差异谱方法,并从根本上屏弃了强迫解耦法的强制对角化,具有坚实的理论基础。欠阻尼是文中关于共轭复模态处理的前提条件,对于过阻尼体系,本文方法将不再适用;白噪声假定是得到系数简化表达的前提,此假定满足精度要求。
- (3)对于中震或大震下建筑结构进入弹塑性阶段,此时可采用等效线性化方法来进行分析,将非线性刚度进行等效线性,阻尼则仍然采用线性阻尼。因此在确定了结构体系的等效刚度和阻尼特性之后,即可利用本文所提的改进差异谱方法进行碰撞分析,实际上结构之间碰撞往往也是发生在弹塑性变形阶段。

5 数值算例

本文将分别通过客站建筑的简单自由度和多自 由度模型两个算例对提出改进差异谱方法进行准确 性和有效性的验证分析。

5.1 算例1:单自由度模型

建立"房桥分离"结构体系的简单模型,如图 3 所示。客站建筑和桥梁结构均为单自由度,参数分别为: $m_s = 4 \times 10^5 \text{kg}$, $\xi_s = 0.05$, $T_s = 0.5 \text{s.} 1 \text{s.} 2 \text{s.} m_b = 4 \times 10^5 \text{kg}$, $\xi_b = 0.1$, $T_b = 0.1 \sim 4 \text{s.}$ 以此模型对房桥二者之间的碰撞间距进行分析。文中采用两条经典地

震波: El-Centro 地震波和 Taft 地震波,并调整幅值为 0.4g(g=9.8N/m²),图4给出 El-Centro 地震波和 Taft 地震波的时程序和位移反应谱曲线。众所周知,绝对 值相加的 ABS 方法基于 $d_{gap} = \max |u_s| + \max |u_b|$,通 过取邻近结构二者反应谱响应之和进行碰撞分析,其 为安全间距的上限。以时程分析结果为准确解,输入 正反两个方向地震波,得到时程分析结果,以其为精 确解,分别对传统差异谱方法[2]、本文所提改进差异 谱方法进行分析验证。桥梁结构的周期分别取 0.1~ 4s 的变化值,客站建筑周期为0.5s、1.0s 和2.0s,从图 5~图7中可以看到,正反方向地震波输入下安全间距 大体上一致,但在某些周期范围内有较大区别; ABS 方法的结果误差较大,其是安全间距的上限,图中显 示为包络线;传统差异谱方法曲线分布于正反两个方 向地震波时程分析结果之间,其从平均的角度准确描 述了安全间距的变化规律; 改进差异谱方法与传统差 异谱方法所得曲线完成重合,二者均可较好地描述碰 撞安全间距随桥梁结构周期的变化,这是由于对于单 自由度结构而言,并不存在非比例阻尼特性,传统差 异谱方法即为精确方法,这从侧面验证了改进差异谱 方法理论的正确性。

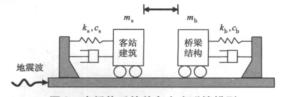


图 3 房桥体系的单自由度碰撞模型

Fig. 3 Single DOF model for pounding of station system

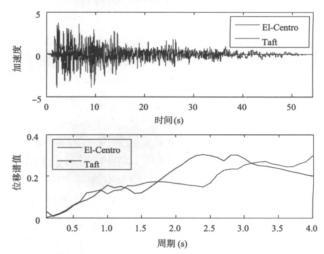


图 4 输入地震拨的加速度时程和位移反应谱

Fig. 4 Acceleration and displacement response spectra of El-Centro and Traf erathquake

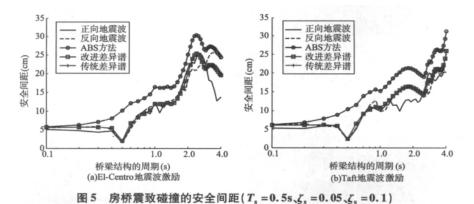


Fig. 5 Safe distance between structure and bridge in station during earthquake ($T_s = 0.5s, \zeta_s = 0.05, \zeta_s = 0.1$)

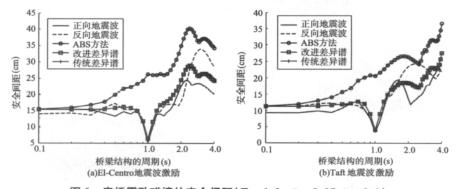


图 6 房桥震致碰撞的安全间距($T_s = 1.0s$ 、 $\zeta_s = 0.05$ 、 $\zeta_s = 0.1$)

Fig. 6 Safe distance between structure and bridge in station during earthquake ($T_s = 1.0s, \zeta_s = 0.05, \zeta_s = 0.1$)

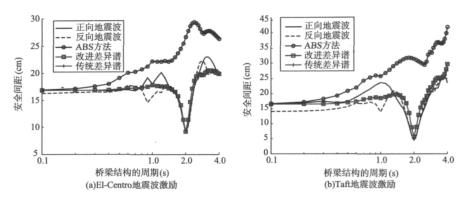


图 7 房桥震致碰撞的安全间距($T_s = 2.0 \text{ s}, \zeta_s = 0.05, \zeta_s = 0.1$)

Fig. 7 Safe distance between structure and bridge in station during earthquake ($T_s = 2.0 \, \text{s}, \zeta_s = 0.05, \zeta_s = 0.1$)

5.2 算例 2: 多自由度模型

建立客站建筑的多自由度碰撞分析模型,如图 8 所示,为简单起见,此时不考虑其扭转特性,所建模型适用于结构形式规则的建筑。结构阻尼采用 Rayleigh 阻尼,前两阶模态阻尼比为 0.05。在客站建筑的第 1 层至第 3 层均安置黏滞阻尼装置,建筑与阻尼装置的参数如图 8 所示,相关取值方案列于表 1。同时,为避免过阻尼情况出现,阻尼器取值不能太大,不同方案设置体现了不同的阻尼分布特性。改变桥梁结构的周期,别取 0.1~4s 的变化值,同时以 ABS 方法所得结果为基础作归一化处理,地震波仍采用算例 1 中的 El-Centro 地震波,所得结果如图 9 所示。

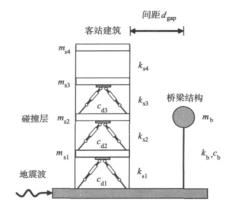


图 8 附加阻尼器的客站建筑多自由度碰撞模型 Fig. 8 MDOF pounding model of station system with dampers added

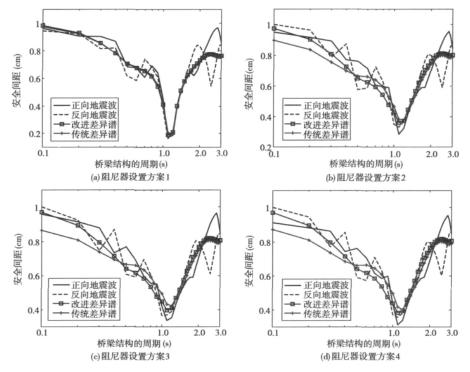


图 9 El-Centro 地震波激励下房桥震致碰撞的安全间距

Fig. 9 Safe distance between structure and bridge in station during El-Centro earthquake

	表1	房桥	结构体系基本参数及阻尼器方案
Table 1 Basic parameters of structure	Ta	ıble 1	Basic parameters of structure

客	站建筑	桥梁结构		阻尼器 [C _{dl} C _{d2}	$C_{\rm d3}$]($\times 10^6$ N/m • s)	
质量 $m_{\rm si}({ m ~kg})$	刚度 $k_{\rm si} ({ m kg \cdot m^2})$	质量 $m_{\rm b}({ m kg})$	方案1	方案 2	方案3	方案4
4.0×10^{5}	1.0×10 ⁸	48.0×10^5	[2.0 2.0 2.0]	[12.0 2.0 2.0]	[12.0 2.0 8.0]	[12.0 4.0 2.0]

从图 9 中可以看到,与算例 1 中的单自由度相同, 由于阻尼器设置方案1的阻尼器设置比例性较强,基 于强迫解耦的传统差异谱与改进差异谱结果曲线仍 然大致重合。方案 2、方案 3 和方案 4 中,体现了非比 例阻尼特性,传统差异谱方法和改进差异谱方法所得 结果曲线并不重合,二者有所区别。对于震致碰撞安 全间距的计算来说,对于本文采用的简单算例来说, 大部分情况下二者均具有较好精度,在低周期段,改 进差异谱方法效果更好。综合来说,对于上述简单算 例来说,由于基于欠阻尼结构的限制,本文所提改进 差异谱方法对于传统方法在精度上的优势体现得并 不是很明显,其特点主要在于具备良好的理论基础, 在不同工况下均可放心使用,精度由理论保证。基于 强迫解耦方法的传统差异谱,由于其模态阻尼矩阵强 制对角化处理并无理论依据,误差大小以及如何进行 评估则是难以解决的问题。此外,相比传统方法,改 进差异谱还可用于分析平扭耦联响应,具有更广应用 范围。

6 结论

本文对铁路客站"房桥分离"结构震致碰撞的安全间距进行了研究,建立了基于虚拟激励法的高效准确的随机计算表达式,同时提出了一种基于抗震设计反应谱的改进差异谱方法,其可从理论上解释客站建筑中的非比例阻尼特征。通过文中的研究工作,得到以下结论:

- (1)对于"房桥分离"结构避免震致碰撞的最小安全间距,由于涉及房屋和桥梁,缺乏统一设计指导规范,采用房建或桥梁规范二者之一都缺乏理论依据,会导致较大误差甚至错误,难以避免震致碰撞的发生。
- (2)客站建筑往往具有非比例阻尼特征,不考虑此特征在某些情况下会导致错误的结果,盲目使用基于比例阻尼假定的计算方法可能会导致较大的错误设计,无法保证"房桥分离"结构的地震安全性。
- (3) 在追求理论严密性的基础上,本文提出了改进差异谱方法,其摒弃了强制解耦,可合理解释结构中的非比例阻尼,形式简单,有着良好的工程应用前

景。同时,鉴于前期研究工作采用简单算例,对于复杂大型非比例阻尼结构在平扭耦联情况下该方法的适用性和准确性,仍有待于进一步的研究。

参考文献

- [1] 李茂生. 建桥一体化车站结构研究及其应用[D]. 上海: 同济大学, 2007 (Li Maosheng. Research on the application of the structure of the station integrating bridge with building [D]. Shanghai: Tongji University, 2007 (in Chinese))
- [2] Jeng V, Kasai K, Maison B F. A spectral difference method to estimate building separations to avoid pounding [J]. Earthquake Spectra, 1992,8(2):201-223
- [3] 李忠献,岳福青,周莉,等. 基于随机振动理论确定桥梁 地震碰撞的临界间隙 [J]. 地震工程与工程振动, 2006,26(4):156-161(Li Zhongxian, Yue Fuqing, Zhou Li, et al. Determination of critical ga Plength of seismic pounding for bridges based on random vibration theory [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2006, 26(4):156-161(in Chinese))
- [4] Bi K, Hao H, Chouw N. Required separation distance between decks and at abutments of a bridge crossing a canyon site to avoid seismic pounding [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2010,39(3):303-323
- [5] 王东升,冯启民,王国新. 基于直杆共轴碰撞理论的桥梁地震反应邻梁碰撞分析模型[J]. 工程力学, 2004,21 (2): 157-166 (Wang Dongsheng, Feng Qimin, Wang Guoxin. Analysis model of pounding between adjacent bridge girders during earthquakes based on collinear impact between rods [J]. Engineering Mechanics, 2004,21(2): 157-166 (in Chinese))
- [6] 于海龙,朱晞. 地震作用下简支梁桥梁间碰撞的反应性能[J]. 北方交通大学学报, 2004, 28(1): 43-46(Yu Hailong, Zhu Xi. Characteristic of pounding response of the simple-supported bridges during earthquake [J]. Journal of Northern Jiaotong University, 2004, 28(1): 43-46(in Chinese))
- [7] 邓育林,彭天波,李建中. 地震作用下桥梁结构横向碰撞模型及参数分析 [J]. 振动与冲击,2007,26(9):104–107,119 (Deng Yulin, Peng Tianbo, Li Jianzhong. Pounding model of bridge structures and parameter analysis under transverse earthquakes [J]. Journal of Vibration and Shock, 2007,26(9):104-107,119 (in Chinese))

- [8] 李忠献,岳福青,周莉. 地震时桥梁碰撞分析的等效 Kelvin 撞击模型 [J]. 工程力学, 2008,25(4):128-133 (Li Zhongxian, Yue Fuqing, Zhou Li. Equivalent kelvin impact model for pounding analysis of bridges during earthquake [J]. Engineering Mechanics, 2008,25(4): 128-133(in Chinese))
- [9] Ye K, Li L, Zhu H. A note on the Hertz contact model with nonlinear damping for pounding simulation [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2009, 38 (9):1135-1142
- [10] Bhaskararao A V, Jangid R S. Optimum viscous damper for connecting adjacent SDOF structures for harmonic and stationary white-noise random excitations [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2007, 36(4):563-571
- [11] Hao H, Shen J. Estimation of relative displacement of two adjacent asymmetric structures [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2001,30(1):81-96

- pounding analysis parameters and its effects on structure under earthquake [J]. Engineering Mechanics, 2005, 22 (5):142-146(in Chinese))
- [13] 汪梦甫. 非比例阻尼线性体系地震反应计算的振型分解反应谱法 [J]. 地震工程与工程振动, 2007,27(1): 31-37 (Wang Mengfu. On seismic response analysis methods of non-proportional damped linear MDOF systems [J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2007,27(1): 31-37(in Chinese))
- [14] 周锡元,俞瑞芳. 非比例阻尼线性体系基于规范反应谱的 CCQC 法 [J]. 工程力学, 2006,23(2):10-17(Zhou Xiyuan, Yu Ruifang. CCQC method for seismic response of non-classically damped linear system based on code response spectra [J]. Engineering Mechanics, 2006,23 (2):10-17(in Chinese))
- [15] 俞瑞芳. 非比例阻尼线性系统随机地震输入下的动力 反应分析 [D]. 北京:北京工业大学, 2006
- [16] Lin J H. A fast CQC algorithm of PSD matrices for random seismic responses [J]. Computers & Structures, 1992,44 (3):683-687

国 巍(1982-),男,博士,讲师。主要从事复杂结构抗震方面的研究。 余志武(1955-),男,硕士,教授。主要从事组合结构设计与理论、工程结构防灾等方面的研究。