

文章编号: 1007-4708(2006)06-0862-08

# 求解结构地震响应位移输入模型存在的问题及其 AMCE 实效对策

柳国环\*, 李宏男, 国巍

(大连理工大学 土木水利学院, 大连 116024)

**摘要:** 提出一种实效方法-刚性无质量束缚元 AMCE (Appended Massless Constraint Element) 法, 以解决地震地面运动作用下求解结构响应的位移输入模型中容易而不容忽视的问题。首先对位移输入模型进行了详细分析, 明确指出当前位移输入模型在理论上会导致计算结果具有不稳定性和不可靠性, 进一步通过算例对此加以说明; 针对此问题, 提出了 AMCE 解决方法, 并对本方法进行物理角度解释、理论分析和数值验证。结果表明, AMCE 法不仅物理概念清晰、简单可行, 而且具有足够的计算精度。

**关键词:** 刚性无质量束缚元; 地震地面运动; 位移输入模型  
**中图分类号:** TU318      **文献标识码:** A

## 1 引言

地震地面运动作用下, 结构响应分析常采用两种计算模型: 一致加速度输入模型和位移输入模型; 一致加速度输入模型, 适用于地震动一致激励下的结构线性和非线性反应分析; 计算得到的结构反应是相对量值(相对于地面), 该模型已被充分认可并广为应用。事实上, 实际地震动具有不均匀性<sup>[1-4]</sup>(例如行波效应、相干效应和局部场地效应), 这一性质对结构尤其是大跨结构(例如大跨桥梁、网架及网壳等)响应会产生相对较大影响<sup>[1, 4-8]</sup>。目前, 地震动多点输入(即差动输入)下的结构反应分析已成为抗震界研究热点之一, 这时位移输入模型常被采用<sup>[9-12]</sup>。该模型不仅适用于地震动一致激励还适用于多点激励, 既适用于结构线性也适用于其非线性分析, 直接得到的计算结果是绝对量值, 目前通常被认为是一种求解结构地震反应的具有普适性和有效性的计算模型<sup>[13]</sup>。

近年来, 学者们对位移输入模型的计算精度及时域分析方法的适用性进行了相关研究。文献[10]指出, 利用该模型且采用直接积分法计算结构反应时, 预得到较好精度的解需非常小的积分步长。

文献[13]通过理论分析论证了采用相同的积分步长时, 位移输入模型可获得比一致加速度模型更高的计算精度, 并通过一算例对此进行了验证。应该指出, 此算例没有考虑阻尼的影响。文献[14]认为, 由于结构绝对反应中包含的地面运动部分, 因此理论上绝对反应不可完全振型分解, 由此模态叠加法和反应谱法在理论上并不适用于位移输入模型; 同时, 还指出试图通过对位移输入模型中绝对反应直接振型分解, 进而推导出多点反应谱的方法理论上不可行。

本文首先对位移输入模型进行了较为详细的分析, 进而明确指出采用当前位移输入模型求解结构反应会导致底部单元计算结果的不稳定和不可靠, 并通过算例对此加以说明。为解决这一问题, 首次提出了 AMCE 法, 即将位移输入模型理论存在的问题转化为通过物理模型的数值建模来解决, 同时对该方法在物理角度加以解释并给出理论说明。最后, 通过数值计算对 AMCE 法进行了验证。分析表明: AMCE 法不仅物理概念清晰、简单可行, 而且计算精度足够。此外, 文末还对几个可能引起疑问或误解的问题加以解释。

## 2 位移输入模型存在的问题及理论分析

一离散单元的结构体系, 与地面刚性连接, 将其自由度分为两类:  $n$  个非支座节点自由度与  $m$  个支座节点自由度。地震地面运动作用下, 该体系的

收稿日期: 2007-12-21; 修改稿收到日期: 2008-12-02

基金项目: 国家自然科学基金重点(50638010); 教育部创新团队基金(IRT0518); 学科创新引智计划(B08014)资助项目。

作者简介: 柳国环\*(1980-), 男, 博士生

(E-mail: carecivil@yahoo.com.cn).

动力平衡方程可表达为<sup>[1,2]</sup>:

$$\begin{bmatrix} M_{tt} & M_{ts} \\ M_{st} & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_t \\ \ddot{X}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{tt} & C_{ts} \\ C_{st} & C_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X}_t \\ \dot{X}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{tt} & K_{ts} \\ K_{st} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_t \\ X_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ P_s \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式中  $M, C$  和  $K$  表示质量、阻尼和刚度矩阵,下标  $tt, ss$  和  $ts(st)$  分别表示非支座节点自由度、支座节点自由度及其两者之间的耦合,大小分别为  $n \times n, m \times m, n \times m (m \times n)$  维;  $X_t, \dot{X}_t$  和  $\ddot{X}_t$  为绝对坐标系下非支座节点的位移、速度和加速度反应列向量;  $X_s, \dot{X}_s$  和  $\ddot{X}_s$  为绝对坐标系下支座节点的位移、速度和加速度已知列向量,即支座处地面运动向量,  $P_s$  为  $m$  维支座节点反力列向量。

将式(1)展开并作整理,可得到关于  $X_t, \dot{X}_t$  和  $\ddot{X}_t$  的动力平衡方程:

$$M_{tt} \ddot{X}_t + C_{tt} \dot{X}_t + K_{tt} X_t = -M_{ts} \ddot{X}_s - C_{ts} \dot{X}_s - K_{ts} X_s \quad (2)$$

考虑集中质量矩阵,有  $M_s = 0$ ;通常忽略阻尼项  $-C_{ts} \dot{X}_s$ <sup>[10]</sup>,此时式(2)可进一步表达为

$$M_{tt} \ddot{X}_t + C_{tt} \dot{X}_t + K_{tt} X_t = -K_{ts} X_s \quad (3)$$

求解方程(3)需要输入  $X_s$ ,上式被称为求解结构地震响应的位移输入模型<sup>[8-10]</sup>。

将结构非支座节点的绝对位移可分为两部分表达<sup>[2,8-10]</sup>,有如下几何方程成立:

$$X_t = X_l + X_{ps} \quad (4)$$

式中  $X_l$  为结构由于惯性力而引起的动位移向量,  $X_{ps}$  为不考虑惯性力时由于地面运动引起的拟静力位移向量。将式(4)代入式(3),可得

$$M_{tt} (\ddot{X}_l + \ddot{X}_{ps}) + (F_d + F_r) + K_{tt} (X_l + X_{ps}) = -K_{ts} X_s \quad (5)$$

或

$$M_{tt} \ddot{X}_l + C_{tt} \dot{X}_l + K_{tt} X_l = -M_{tt} \ddot{X}_{ps} - (K_{tt} X_{ps} + K_{ts} X_s) - F_r \quad (6)$$

式中  $F_d = C_{tt} \dot{X}_l, F_r = C_{tt} \dot{X}_{ps}$ 。此时先考察式(1),当不考虑惯性力时(此时,阻尼项和  $X_l$  也不存在),有下式成立:

$$K_{tt} X_{ps} + K_{ts} X_s = 0 \quad (7)$$

$$\Rightarrow X_{ps} = -K_{tt}^{-1} K_{ts} X_s = \Gamma X_s \quad (8)$$

式(7)的物理意义是与刚体位移相关的力为零<sup>[9]</sup>,

式(8)中,  $\Gamma = -K_{tt}^{-1} K_{ts}$  为影响矩阵,其大小为  $n \times m$  维,物理意义是由支座节点的单位静位移引起的非支座节点的拟静力位移。为便于分析,考虑一致地震动输入,此时拟静力位移与地面运动位移相同,即

$$X_{ps} = \Gamma X_s = E x_g \quad (9)$$

式中  $E$  为  $n$  维单位列向量,  $x_g$  是地震地面运动位移。联合式(6)和式(9),并考虑恒等关系式(7),可得

$$M_{tt} \ddot{X}_l + C_{tt} \dot{X}_l + K_{tt} X_l = -M_{tt} E \ddot{x}_g - F_r \quad (10)$$

不难看出,式(10)是位移输入模型式(3)在一致地震动激励下的等效模型。

下面,首先将  $F_r$  展开。考虑瑞利阻尼,即

$$C_{tt} = \alpha M_{tt} + \beta K_{tt} \quad (11)$$

联合式(9)和(11)并代入  $F_r = C_{tt} \dot{X}_{ps}$ ,可得

$$F_r = \alpha M_{tt} E \dot{x}_g + \beta K_{tt} E \dot{x}_g \quad (12)$$

式中  $\alpha$  和  $\beta$  分别为质量和刚度比例系数,可通过振型频率及其阻尼比确定。一般情况下,考虑阻尼比相等<sup>[9]</sup>,分别可表达为式 12(a) 和 12(b)。对于一特定结构,振型频率  $\omega_j$  和  $\omega_i$  与阻尼比  $\xi$  确定后,  $\alpha$  和  $\beta$  是确定的。

$$\alpha = \frac{\omega_j \omega_i (\omega_j \xi_j - \omega_i \xi_i)}{\omega_j^2 - \omega_i^2} = \frac{2\omega_j \omega_i \xi}{\omega_j + \omega_i} \quad (12a)$$

$$\beta = \frac{\omega_j \xi_j - \omega_i \xi_i}{\omega_j^2 - \omega_i^2} = \frac{2\xi}{\omega_j + \omega_i} \quad (12b)$$

将式(11)和(12)代入式(10),可得

$$M_{tt} \ddot{X}_l + C_{tt} \dot{X}_l + K_{tt} X_l = -M_{tt} E \ddot{x}_g - \alpha M_{tt} E \dot{x}_g - \beta K_{tt} E \dot{x}_g \quad (13)$$

在线性范围内,可将上式中反应  $X_l$  视为三部分组成,即  $X_r, X_\alpha$  和  $X_\beta$ ,分别由方程右端项  $-M_{tt} E \ddot{x}_g, -\alpha M_{tt} E \dot{x}_g$  和  $-\beta K_{tt} E \dot{x}_g$  的单独作用而产生。这时,为了便于分析,可将式(13)分解为如下三个方程

$$M_{tt} \ddot{X}_r + C_{tt} \dot{X}_r + K_{tt} X_r = -M_{tt} E \ddot{x}_g \quad (14)$$

$$M_{tt} \ddot{X}_\alpha + C_{tt} \dot{X}_\alpha + K_{tt} X_\alpha = -\alpha M_{tt} E \dot{x}_g \quad (15)$$

$$M_{tt} \ddot{X}_\beta + C_{tt} \dot{X}_\beta + K_{tt} X_\beta = -\beta K_{tt} E \dot{x}_g = \beta K_{ts} E \dot{x}_g \quad (16)$$

容易看出,式(14)是常被认可与采用的一致加速度输入模型。应该指出式(16)中,  $-\beta K_{tt} E = K_{ts} E$  恒成立。

不难发现,位移输入模型比加速度输入模型多

了两项激励  $-\alpha M_{tt} \ddot{x}_g$  和  $\beta K_{ts} \dot{x}_g$ 。不容否定,  $F_r$  的存在会给计算结果带来影响。进一步, 还应关心如下三个问题: 这两项的存在, 如何对结构响应产生影响? 产生的影响有多大? 是否可被忽略? 这应该决定它们相对于  $-M_{tt} \ddot{x}_g$  的大小, 即式(17)和(18)。

下面对此问题继续分析。令

$$\gamma = \frac{-M_{tt} \ddot{x}_g + \alpha M_{tt} \dot{x}_g}{-M_{tt} \ddot{x}_g} = \frac{-M_{tt} E (\ddot{x}_g - \alpha \dot{x}_g)}{-M_{tt} \ddot{x}_g} = E + \alpha \left\{ \frac{\dot{x}_g}{\ddot{x}_g} \right\} \quad (17)$$

$$\eta = \frac{-M_{tt} \ddot{x}_g - \beta K_{ts} \dot{x}_g}{-M_{tt} \ddot{x}_g} = E + \beta \frac{K_{ts} E \dot{x}_g}{M_{tt} \ddot{x}_g} \quad (18)$$

直观起见, 实际结构在地面运动作用下的物理模型  $m_d$  可分解为三个计算模型式(14 ~ 16)所对应的物理模型  $m_a, m_\alpha$  和  $m_\beta$ , 如图 1 所示。(1) 分析  $\gamma$ : 考虑实际, 从统计角度分析, 地震动  $\dot{x}_g$  统计量(如方差)比相应  $\ddot{x}_g$  相应统计量值小得多<sup>[13]</sup>, 可考虑  $-\alpha M_{tt} \dot{x}_g$  的影响, 即与  $-M_{tt} \ddot{x}_g$  相比,  $-\alpha M_{tt} \dot{x}_g$  可被忽略。此时,  $m_d$  可进一步近似等效为  $m_a$  和  $m_\beta$ ; (2) 分析  $\eta$ : 由式(18)可知,  $\eta$  不仅有关于  $\dot{x}_g$  与  $\ddot{x}_g$ , 还决定于  $K_{ts}$  和  $M_{tt}$ 。由于  $K_{ts}$  中非零元表示耦合刚度, 其大小为结构底部单元的刚度, 直接决定于物理模型所对应的数值模型单元划分, 即底部单元划分越精细(例如: 单元长度越短), 其刚度越大, 而此时分母  $M_{tt}$  中相对应元素越小。根据矩阵论知识, 由此会导致式(19)计算不收敛, 现象上会使得底部单元内力(如剪力)出现不合理的急剧放大, 这与物理事实不相符。

$$\lim_{\substack{k_s \rightarrow +\infty \\ M_{tt} \rightarrow 0^+}} \eta = \lim_{\substack{k_s \rightarrow +\infty \\ M_{tt} \rightarrow 0^+}} \left( E + \beta \frac{K_{ts} E \dot{x}_g}{M_{tt} \ddot{x}_g} \right) = E + \beta \left[ \frac{\lim_{k_s \rightarrow +\infty} K_{ts} E \dot{x}_g}{\lim_{M_{tt} \rightarrow 0^+} M_{tt} \ddot{x}_g} \right] \quad (19)$$

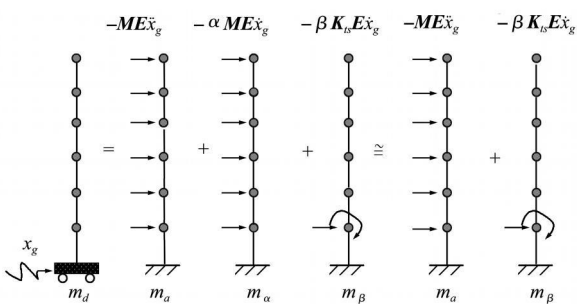


图 1 位移输入模型等效分解示意图

Fig. 1 Equivalent sketch of displacement input model

表 1 数值模型单元划分及其参数

Tab.1 Finite element division of numerical model and parameters

$C_{1(2,3)}$ 单元等分数 $n$	自振周期 $T_1 / T_2 (S)$	瑞利阻尼系数 $\alpha / \beta$
2	0.526 / 0.063	0.427 / 3.58e-4
8	0.524 / 0.058	0.432 / 3.32e-4
64	0.524 / 0.058	0.432 / 3.32e-4
128	0.524 / 0.058	0.432 / 3.32e-4
256	0.524 / 0.058	0.432 / 3.32e-4

### 3 问题提出的算例验证

上文从理论和物理角度, 较为详细地分析了位移输入模型存在的问题, 由此会对计算结果产生不容忽视的影响。本节通过图 2 所示算例对上述问题进一步加以说明。材料与几何属性为: 弹性模量  $E = 2.0 \times 10^{11} \text{ Pa}$ , 密度  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ , 惯性矩  $I_C = 3.83 \times 10^{-5} \text{ m}^4$ ,  $I_B = 2.12 \times 10^{-4} \text{ m}^4$ , 横截面积  $A_C = A_B = 6.65 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ , 其中下标  $B$  和  $C$  分别表示梁和柱; 考虑抗拉压、抗弯与抗剪, 局部坐标系单元刚度矩阵  $k^e$  如式(20)所示; 单元之间刚性连接, 结构与地面固接于  $S_1, S_2$  和  $S_3$ ; 各根柱的单元划分情况及对应的数值模型相关参数列入表 1, 当  $n > 8$  时, 改变  $n$  对结构自振周期与瑞利阻尼系数无影响;  $a, b, E_1$  和  $E_2$  为单元划分后  $C$  和  $C$  顶部节点和支座附近处单元, 激励采用 El Centro 地震波, 前 30 秒时程如图 3 所示, 容易看出, 与加速度相比, 位移统量值(方差)很小, 所以方程求解采用 HHT 方法<sup>[15]</sup>。

$$k^e = \begin{bmatrix} EA/l & 0 & 0 & -EA/l & 0 & 0 \\ & 12EI/l^3 & 6EI/l^2 & 0 & -12EI/l^3 & 6EI/l^2 \\ & & 4EI/l & 0 & -6EI/l^2 & 2EI/l \\ & & & EA/l & 0 & 0 \\ \text{Sym} & & & & 12EI/l^3 & -6EI/l^2 \\ & & & & & 4EI/l \end{bmatrix} \quad (20)$$

#### 3.1 位移时程准确性检验

计算前, 首先需要验证对加速度时程二次积分并通过基线调整得到的位移时程准确性。为此, 可对零阻尼时图 2 中算例分析,  $a$  点相对地面位移和  $E_1$  的剪力如图 4 和图 5 所示, 其中 acc 和 dis 分别表

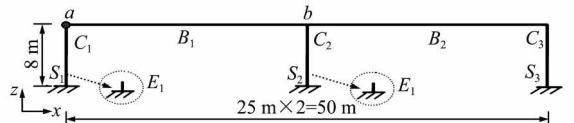


图 2 算例模型示意图

Fig. 2 Model sketch of numerical example

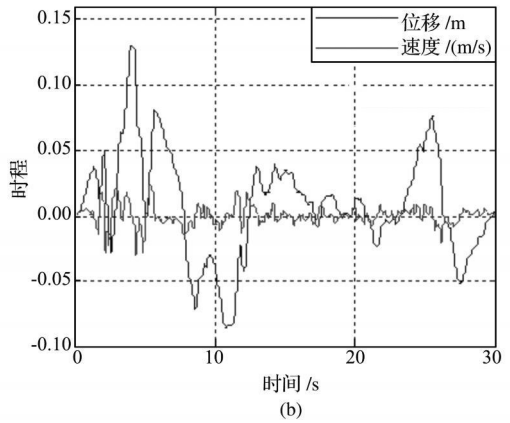
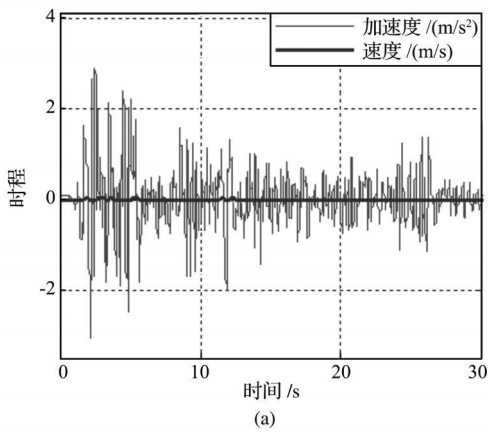


图 3 El Centro 波时程曲线(1940)  
Fig. 3 Time history curves of El Centro(1940)

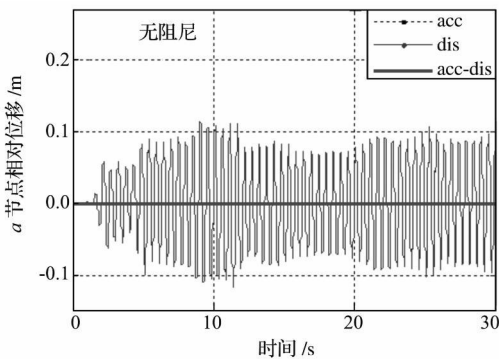


图 4 节点 a 相对地面的位移时程( $n = 8$ )  
Fig. 4 Relative displacement of joint a

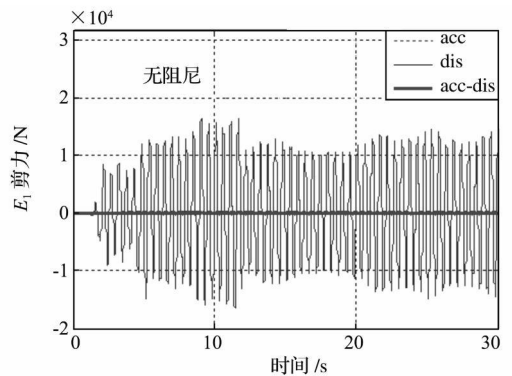


图 5  $E_1$  剪力时程( $n = 8$ )  
Fig. 5 Shear force of  $E_1$

示一致加速度模型和位移输入模型(以下同)。从图中可看出, 反应曲线几乎重合, 两者之差接近于零, 位移时程准确性得以验证。

### 3.2 问题提出的数值验证

为使得上文提出的问题充分得以验证, 有必要分别单独考虑质量和刚度阻尼对计算结果的影响。

只考虑质量阻尼( $\alpha \neq 0, \beta = 0$ ): 限于篇幅, 只给出了  $E_1$  的剪力和底部弯矩, 如图 6 所示, 最大相对误差分别为 0.35% 和 0.14%。由此算例, 说明质量阻尼对计算结果影响很小, 上文对式(17) $\gamma$  的分析得以验证, 这时  $m_d$  可近似等效为  $m_a$  和  $m_\beta$ 。在此, 应该指出, 质量阻尼对  $acc$  和  $dis$  分析结果相对误差的影响与模型单元划分( $n$  取值) 无关, 这一点可从式(17) 看出。

因此, 这里只对  $n = 8$  时对应的数值模型分析。

只考虑刚度阻尼( $\alpha = 0, \beta \neq 0$ ) 情况: 当  $n$  取值不同时, 分别采用两种计算模型分析得到的结果如图 7 所示。(1) 采用一致加速度模型: 由图 7(a) 可

知,  $n$  取值不同时各曲线几乎重合, 说明单元细分对计算结果精度提高几乎无影响, 或者说, 对  $n = 8$  对应的数值模型分析即可。事实上, 这一点通过表 1 已可判断; (2) 采用位移输入模型:  $n$  值直接影响计算结果, 而且随着  $n$  值增加( $E_1$  单元刚度大), 剪力急剧增大, 不仅与图 7(a) 结果相差很大, 而且不具有收敛趋势。当  $n$  值继续增大时, 剪力仍继续增大且  $E_1$  弯矩存在同样性质的现象, 限于篇幅, 均未给出。然而, 这不符合客观实际, 即特定结构在确定激励下的反应具有确定性。由此, 进一步验证了上文对式(18) $\eta$  的分析。

## 4 AMCE 方法的提出及其分析

理论模型之所以重要, 不仅在它的基础性, 还在于其应用的广泛性。因此, 有效解决上述问题, 实有必要。

### 4.1 AMCE 方法的提出

变换角度分析, 允许  $-\beta \mathbf{K}_s \mathbf{E} \dot{x}_g$  存在, 只要“迫使”其对结构不起作用即可。由上文可知,  $\beta \mathbf{K}_s \mathbf{E} \dot{x}_g$

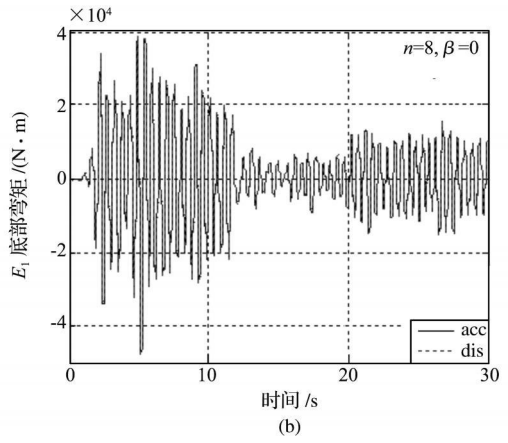
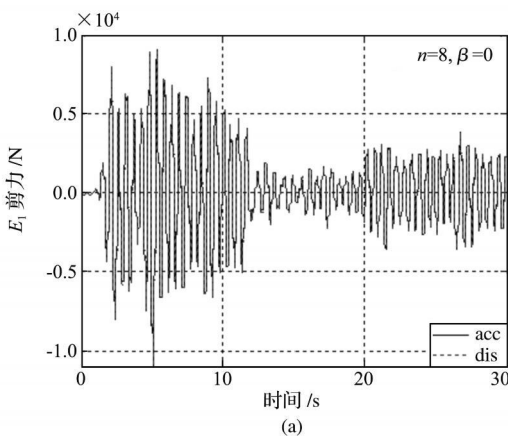


图 6  $E_1$  剪力和弯矩比较 ( $n = 8, \beta = 0$ )

Fig. 6 Comparison of shear force and moment for  $E_1$  ( $n = 8, \beta = 0$ )

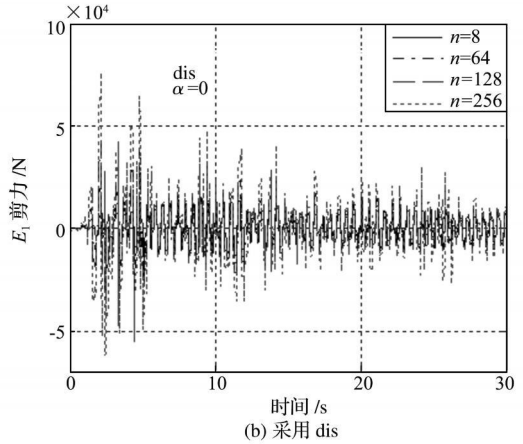
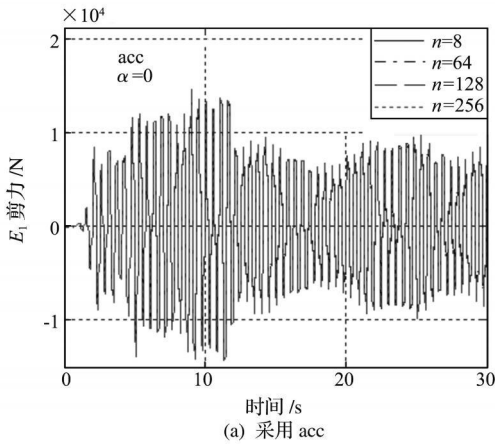


图 7  $n$  不同取值时  $E_1$  剪力比较 ( $\alpha = 0$ )

Fig. 7 Comparison of  $E_1$  shear force for different  $n$  ( $\alpha = 0$ )

作用位置始终为支座附近节点。现在，在支座节点  $S$  处再建立一附加单元并固结于地面  $S_1$ ，如图 8 所示。同时，赋予该单元及与其连接的  $S$  和  $S_1$  节点三个条件：(1) 单元刚度  $K_A$  足够大；(2) 无质量，即  $M_{ss} = 0$ ；(3) 强制约束  $S, S_1$  地面运动过程中具有相同位移，即

$$X_s = X_{s_1} \quad (21)$$

方便起见，称该新建立的单元为附加无质量约束元 AMCE (Appended Massless Constraint Element)，相应的建模方法称为 AMCE 法。此时，原结构成为了 AMCE 法建立的新结构的子结构。这样处理，可实现如下四个目的：

- [1] 转移  $\beta K_s E \dot{x}_g$  (此时， $K_s = K_A$ ) 作用点  $Q$  至  $S$ ，而不作用于原结构；
- [2] 条件 (1)，AMCE 可视为刚性基础，不影响原结构的动力特性；
- [3] 条件 (3) 保证传递到原结构的激励不改变，仍为地面运动位移；
- [4] 条件 (2)，可使得作用在新结构  $m_a$  的

—  $M_s E \ddot{x}_g$  与原结构相同；否则，增加  $S$  处的非零节点力 —  $M_s E \ddot{x}_g$ 。

综上所述，AMCE 法建立模型使得  $\beta K_s E \dot{x}_g$  的作用点进行移位，迫使  $\beta K_s E \dot{x}_g$  对于原结构处于“有名无实”状态，与上述位移输入模型自身改进方法是殊途同归，而不同的是它无需输入地面运动速度时程，可降低计算量。此外，还保证了原结构的动力特性、激励输入以及  $m_a$  的作用不被改变。此时，子结构的反应与原结构相同。

### 4 2 AMCE 法理论说明

4.1 节提出 AMCE 法，并从物理角度进行了分析。[1]，[3] 和 [4] 显然成立，本节只对 3.1 中 [2] 给出理论说明。

考虑新结构无阻尼自由振动平衡方程：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_u & \mathbf{M}_{ts} \\ \mathbf{M}_{st} & \mathbf{M}_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_t^* \\ \mathbf{X}_s^* \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_u & \mathbf{K}_s \\ \mathbf{K}_{st} & -\mathbf{K}_{st} + \mathbf{K}_A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_t^* \\ \mathbf{X}_s^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

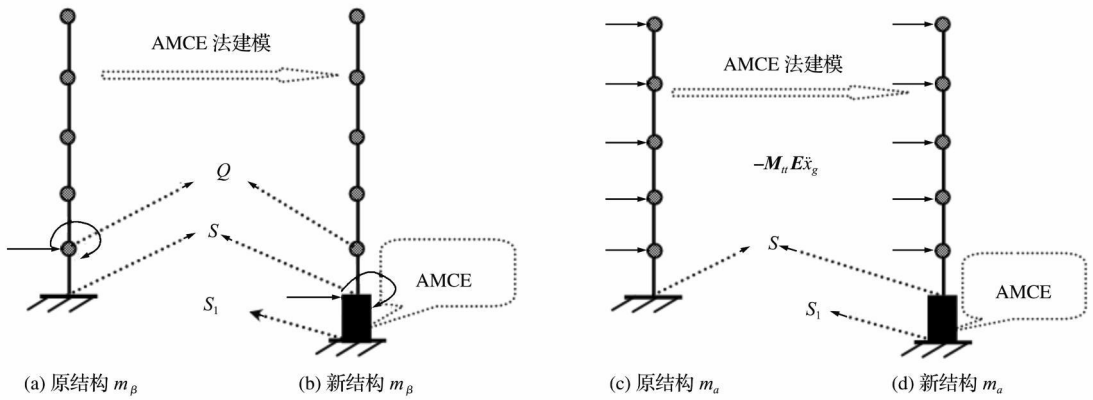


图 8 AMCE 法模型的建立及其图解

Fig. 8 Model establishment adopting AMCE method and illustration

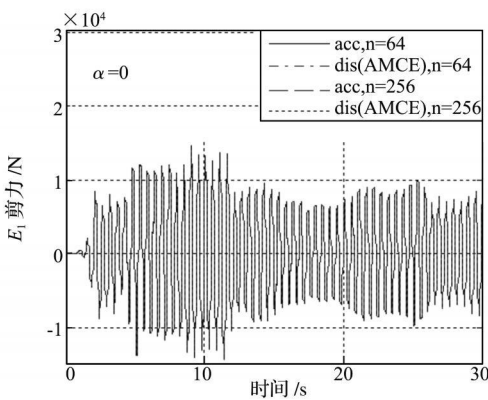


图 9 采用不同输入模型计算  $E_1$  剪力比较

Fig. 9 Comparison of  $E_1$  shear force for different input model

式中  $X_{rt(s)}$ ,  $\dot{X}_{rt(s)}$  和  $\ddot{X}_{rt(s)}$  为新结构中节点相对地面的位移, 速度和加速度列向量, 其中下标  $t$  和  $s$  分别表示新结构中原结构对应的非支座和支座节点。

令  $X_t^r = A e^{i\omega t}$ ,  $X_t^s = A e^{i\omega t} = \mathbf{0}$ , 由于  $K_A$  足够大使得  $A_s = \mathbf{0}$ 。此时, 式(22)上式展开为

$$(-\omega^2 M_t + K_t) A_t = \mathbf{0} \quad (23)$$

上式是数学意义上的齐次方程组, 是物理意义上的原结构无阻尼自由振动平衡方程。因此, 可认为采用 AMCE 方法建立的计算模型, 其自振特性的实质体现同于原结构。换言之, 原结构自振特性未被改变。

### 5 AMCE 法的算例验证

本节对图 2 算例采用 AMCE 法数值建模, 并采用位移输入模型分析, 将其计算结果与采用一致加速度模型对原结构计算结果相比较, 以验证这一方法的计算精度。

AMCE 属性: 长(宽)和高分别为  $L = W = 3 \text{ m}$ ,

$h = 0.1$ ,  $E = 2.0 \times 10^{11} \text{ Pa}$ , 以保证其刚度足够大, 同时赋予新结构对应的原结构支座节点  $S_1, S_2$  和  $S_3$  的质量为零, 计算得到自振周期见表 2。从保留的有效数字可看出, 计算结果与表 1 完全相同, 说明赋予 AMCE 刚度满足要求。四种工况,  $E_1$  剪力时程如图 9 所示, 最值比较见表 3。容易看出, 曲线几乎重合, 最值相差不超过千分之二, 说明 AMCE 法具有令人满意的计算精度。

表 2 AMCE 法建立的新结构自振周期

Tab. 2 Natural vibration period of the new structure adopting AMCE method

$Q_{(2,3)}$ 单元等分数 $n$	2	8	64	128	256
自振周期 $T_1 / T_2 (s)$	0.526 / 0.063	0.524 / 0.058	0.524 / 0.058	0.524 / 0.058	0.524 / 0.058

表 3 采用不同输入模型对新结构和原结构计算  $E_1$  剪力最值比较

Tab. 3 Comparison of  $E_1$  force for new structure and original structure adopting different input model

工况	输入模型	$E_1$ 剪力(N)/时刻(s)	误差(%)
a	acc	14656 15/9.06	0.125
	dis(AMCE)	14674 42/9.06	
b	acc	14656 19/9.06	0.124
	dis(AMCE)	14674 43/9.06	

### 6 进一步说明

在此, 有必要作几点解释: (1) 文献[9, 11, 16]明确指出, 只选取质量或刚度阻尼将导致与结构振型阻尼比大体相同这一实验结果不一致。因此, 若不采用刚度而只采用质量阻尼而避免  $\beta K_s E \dot{x}_g$  存

在的方法受到限制;(2)文中对动反应  $X_i$  视为有  $X_\alpha$ ,  $X_\beta$  和  $X_\gamma$  三部分组成,进而将式(13)可分解为式(14), (15)和(16),是需要结构处于线性范围作为前提条件的,而之所以如此分析,只为更便于理解和解释。(3)  $\beta K_s E \dot{X}_g$  始终与结构底部单元刚度相关,若不赋予地面运动过程中  $X_s = X_{s_1}$  这一条件,  $X_s$  与  $X_{s_1}$  会存在差异  $\beta E \dot{X}_g$ , 从而在理论上不能保证输入到子结构的激励仍为地面运动。

## 7 结 语

(1) 首先分析了当前位移输入模型中存在的问题,进而明确指出了  $\beta K_s E \dot{X}_g$  项会导致结构底部单元内力(如剪力)的不稳定性与不合理性。

(2) 为解决上述问题,提出了 AMCE 解决方法。该方法不仅物理概念清晰、实用易行,而且具有足够的计算精度。

## 参考文献(References):

- [1] 李宏男. 结构多维抗震理论[M]. 北京: 科学出版社, 2006. (LI Hong-nan. *Earthquake Resistant Theory of Structures to Multi-Dimensional Excitations* [M]. Beijing: Science Press, 2006. (in Chinese))
- [2] 胡聿贤. 地震工程学(第二版)[M]. 北京: 地震出版社, 2006. (HU Yu-xian. *Earthquake Engineering* [M]. Beijing: Earthquake Press, 2006. (in Chinese))
- [3] 李杰, 李国强. 地震工程学导论[M]. 北京: 地震出版社, 1992. (LI Jie, LI Guo-qiang. *Introduction to Earthquake Engineering* [M]. Beijing: Earthquake Press 1992. (in Chinese))
- [4] 丁阳, 林伟, 李忠献. 大跨度空间结构多维多点非平稳随机地震反应分析[J]. 工程力学, 2007, 24(3): 97-103. (DING Yang, LIN Wei, LI Zhong-xian. Analysis models and methods for structural seismic responses [J]. *Engineering Mechanics*, 2007, 24(3): 97-103. (in Chinese))
- [5] 叶继红, 孙建梅. 多点激励反映谱法的理论研究[J]. 应用力学, 2007, 24(1): 49-53. (YE Ji-hong, SUN Jian-mei. Response spectrum method for multi-Support seismic excitations [J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2007, 24(1): 49-53. (in Chinese))
- [6] 薛素铎, 王雪生, 曹资. 空间网格结构多维多点随机地震响应分析的高效算法[J]. 世界地震工程, 2004, 20(3): 43-49. (XUE Su-duo, WANG Xue-sheng, CAO

Zi. An efficient algorithm for multi-dimensional and multi-support random seismic analysis of spatial reticulated structures [J]. *World Earthquake Engineering*, 2004, 20(3): 43-49. (in Chinese))

- [7] 全伟, 李宏男. 大跨结构多维多点输入抗震研究进展[J]. 防灾减灾工程学报, 2006, 26(3): 343-349. (QUAN Wei, LI Hong-nan. State-of-the-Art review on multi-component multi-support Seismic response analysis of long-span structures [J]. *Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering*, 2006, 26(3): 343-349. (in Chinese))
- [8] 潘旦光, 楼梦麟, 范立础. 多点输入下大跨结构地震反应分析现状[J]. 同济大学学报, 2001, 29(10): 1213-1219. (PAN Dan-guang, LOU Meng-lin, FAN Li-chu. Status of seismic response analysis of long-span Structures under multiple support excitations [J]. *Journal of Tongji University*, 2001, 29(10): 1213: 1219. (in Chinese))
- [9] ANIL K. Chopra. *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering (Second Edition)* [M]. Prentice Hall, Inc., New Jersey, 2001.
- [10] WILSON E L. *Static and Dynamic Analysis of Structures: a Physical Approach with Emphasis on Earthquake Engineering* [M]. Computer and Structures, Inc, Berkley, California, 2004.
- [11] ANIL K Chopra. 结构动力学理论及其在地震工程中的应用(第二版)[M]. 谢礼立, 吕大刚, 译. 北京: 科学出版社, 2006. (ANIL K, Chopra. *Dynamics of Structures Theory and Applications to Earthquake Engineering (Second Edition)* [M]. XIE Li-li, LÜ Da-gang translated. Beijing: Higher Education Press, 2007. (in Chinese))
- [12] 林家浩, 张亚辉. 随机振动的虚拟激励法[M]. 北京: 科学出版社, 2004. (LIN Jia-hao, ZHANG Ya-hui. *Pseudo-Excitation Method for Random Vibration* [M]. Beijing: Science Press 2004. (in Chinese))
- [13] 田玉基, 杨庆山. 地震地面运动作用下结构反应的分析模型[J]. 工程力学, 2005, 22(6): 170-174. (TIAN Yu-ji, YANG Qing-shan. Analysis models and methods for structural seismic responses [J]. *Engineering Mechanics*, 2005, 22(6): 170-174. (in Chinese))
- [14] 柳国环, 李宏男, 林海. 结构地震响应计算模型的分析与应用[J]. 工程力学, 2009, 26(2): 10-15. (LIU Guo-huan, LI Hong-nan, LIN Hai. Model Comparison and analysis for structural seismic response [J].

*Engineering Mechanics*, 2009, 26(2): 10-15. (in Chinese))

Prentice Hall, Inc., New Jersey, 1987. (in Chinese))

[15] HUGHES T. *The Finite Element Method-Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*[ M].

[16] CLOUGH R W, PENZIEN J. *Dynamics of Structures (Second Edition)*[ M]. Computers and Structures, Inc., 2004.

## Problem inherent in displacement input model for calculating structural responses under earthquake ground motion and an effective solution method called AMCE

LIU Guo-huan<sup>\*</sup>, LI Hong-nan, GUO Wei

(School of Civil & Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

**Abstract:** An effective method called Appended Massless Constraint Element (AMCE) method is presented and proposed, which is adopted to settle the problem, easy but not to be neglected, inherent in the displacement input model for calculating the structural responses under earthquake-induced ground motion. Based on the comprehensive and intensive analysis of the displacement input model in this paper, it points out explicitly that there is the instability and extreme irrationality of the calculation results while adopting the displacement input model. To solve the problem, the RMCE method is presented. Then, the rationality and accuracy of the proposed method are further verified. Theoretical analysis and numerical results demonstrate that the proposed method is simple, feasible and possesses high accuracy.

**Key words:** Rigid Massless Constraint Element; earthquake-induced ground motion; displacement input model

(上接第 861 页)

## Solution to free vibration of Euler beam and girder system with Element-Free Galerkin method

WU Chen<sup>\*1</sup>, ZHOU Rui-zhong<sup>2</sup>

(1. Department of Civil Engineering, Fujian University of Technology, Fuzhou 350007, China;

2. School of Civil Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350002, China)

**Abstract:** Generalized moving least square method is the theoretical basis of a new Element-Free Galerkin (EFG) double-variable approximation. Deflection and angle of rotation are both considered in the new method. Mass matrix and stiffness matrix of Euler beam are established with EFG and free vibration is analyzed. Dynamic characteristics of three Euler beams with different boundary conditions are calculated. It indicated that double-variable approximation has smaller interpolation error than single-variable approximation, and it is more accurate than FEM of higher-order modes. With trial method, scale of influence radius is discussed and then 3.5 is regarded as its reasonable values. Based on Euler beam, free vibration of girder system is calculated with EFG and the accuracy in complex model is shown.

**Key words:** Element-Free Galerkin Method; Euler beam; girder system; free vibration; scale multiplier